

## Desain Pembelajaran Identitas Trigonometri Dengan *Proof Based Learning* di SMA

Raswil Galili<sup>1</sup>✉, Yusuf Hartono<sup>2</sup>, Cecil Hiltrimartin<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Sriwijaya, Jl. Srijaya Negara, Palembang, Indonesia  
galihgalili82@gmail.com

### Abstract

This study aims to obtain an overview of high school students' mathematical proving abilities through the design of trigonometric identity learning with proof based learning. The subjects of this study were 28 students in class X IPA 1 at SMAN 1 Payaraman, Ogan Ilir Regency. The research method used is design research with three stages, namely preliminary design, design experiment and retrospective analysis. This research data collection techniques include observation sheets, test sheets and interviews. Observational data were analyzed descriptively to obtain an overview of the applicability of the trigonometry identity learning design with proof-based learning. Data on test results were obtained by analyzing test data based on a scoring rubric with indicators of mathematical proving ability. While the interviews were analyzed descriptively to support observation and test data. Through the design of this learning and the results of processing test data, it was found that the level of students' mathematical proving ability was 71.43%, categorized as good with details, 22.6% of students were not able to manipulate facts properly and were unable to systematically compile evidence, 69% of students were able to manipulate facts well and not systematically compiling evidence, and 8.3% of students were able to manipulate facts well and were able to arrange evidence systematically.

**Keywords:** Design Research, Proof Based Learning, Trigonometric Identity

### Abstrak

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperoleh gambaran kemampuan pembuktian matematis siswa SMA melalui pendesainan pembelajaran identitas trigonometri dengan *proof based learning*. Subjek dari penelitian ini adalah siswa kelas X IPA 1 di SMAN 1 Payaraman Kabupaten Ogan Ilir sebanyak 28 siswa. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian design research dengan tiga tahapan yaitu preliminary design, design experiment dan retrospective analysis. Teknik pengumpulan data penelitian ini meliputi lembar observasi, lembar tes dan wawancara. Data hasil observasi dianalisis secara deskriptif untuk memperoleh gambaran keterlaksanaan desain pembelajaran identitas trigonometri dengan *proof based learning*. Data hasil tes diperoleh dengan menganalisis data tes berdasarkan rubrik penskoran dengan indikator kemampuan pembuktian matematis. Sementara wawancara dianalisis secara deskriptif untuk mendukung data observasi dan tes. Melalui pendesainan pembelajaran ini dan hasil pengolahan data tes diperoleh hasil penelitian bahwa tingkat kemampuan pembuktian matematis siswa sebesar 71,43 % dikategorikan baik dengan rincian 22,6 % siswa belum mampu memanipulasi fakta dengan baik dan tidak mampu menyusun bukti secara sistematis, 69 % siswa mampu memanipulasi fakta dengan baik dan menyusun bukti belum secara sistematis, serta 8,3 % siswa mampu manipulasi fakta dengan baik dan mampu menyusun bukti secara sistematis.

**Kata kunci:** *Design Research*, Identitas Trigonometri, Pembelajaran Berbasis Bukti

Copyright (c) 2023 Raswil Galili, Yusuf Hartono, Cecil Hiltrimartin

✉ Corresponding author: Raswil Galili

Email Address: galihgalili82@gmail.com (Jl. Srijaya Negara, Palembang, Indonesia)

Received 04 July 2023, Accepted 03 August 2023, Published 04 August 2023

DoI: <https://doi.org/10.31004/cendekia.v7i3.2677>

## PENDAHULUAN

Kemampuan matematis merupakan kemampuan yang harus dimiliki dalam rangka untuk menghadapi permasalahan baik dalam pembelajaran matematika itu sendiri maupun dalam kehidupan nyata yang diantaranya adalah penalaran matematis (Syafri, 2017). Menurut *National Council of Theacher Mathematic* (NCTM) ada lima kompetensi dalam pembelajaran di kelas matematika yang salah satu diantaranya adalah kemampuan penalaran matematika (*mathematical*

*reasoning*) (Amalia *et al.*, 2023). Dan salah satu bagian dari kemampuan penalaran matematis di dalam pembelajaran matematika adalah kemampuan pembuktian matematis karena bukti matematis merupakan bentuk dari sebuah argumen (Herizal, 2020). Pentingnya pembuktian ini juga telah disebutkan dalam Permendikbud nomor 22 Tahun 2016 diantaranya mengkomunikasikan gagasan, penalaran serta mampu menyusun bukti matematika. Oleh karena itu bukti sangatlah penting dalam matematika. Menurut menurut Arnold (Nurwaningsih, 2018) bahwa kerangka dasar matematika adalah bukti. Hanna (2000) juga menyatakan bahwa bukti dan pembuktian matematika bagian terpenting dalam matematika.

Menurut Schoenfeld (Pertiwi, 2017) menyatakan bahwa pembuktian matematika merupakan serangkaian deduksi yang memuat asumsi seperti premis atau aksioma dan hasil dari matematika yang sudah ada sebelumnya seperti lemma atau teorema untuk menghasilkan kesimpulan penting dari suatu permasalahan matematika. Sehingga pembuktian matematis itu merupakan kerangka dasar dari matematika yang berperan dalam membuktikan kebenaran setiap pernyataan matematika. Menurut Bell yang dikutip dari Hodiyananto & Susiaty (2018) bahwa pembuktian matematis adalah memanfaatkan metode dedukti untuk membuat padanan dari aksioma, konsep dasar dan teorema. Sedangkan kemampuan pembuktian matematis adalah kemampuan untuk memadukan pemahaman terhadap pernyataan atau simbol matematika dengan memberikan argumentasi seperti alasan atau bukti untuk mendukung kebenaran dari penyelesaian yang didapatkan (Lestari, 2015). Menurut Sumarmo (Angraini *et al.*, 2019) kemampuan pembuktian matematis meliputi kemampuan mengorganisasi dan manipulasi fakta untuk menunjukkan kebenaran, kemampuan mengkoneksikan antara fakta dan unsur dari konklusi yang akan dibuktikan. Menurut Fatimah *et al.* (2021) kemampuan pembuktian matematis antara lain memanipulasi fakta untuk menunjukkan kebenaran, membuat koneksi antar fakta dan unsur dari konklusi yang hendak dibuktikan, serta menyusun bukti. Kemampuan pembuktian matematis itu menekankan bagaimana cara melakukan analisis, sintesa serta evaluasi dari formulasi matematika ketimbang hanya sekedar mengingat fakta atau aplikasi sederhana dari formulasi matematika tersebut (Mubarok *et al.*, 2018).

Namun realita di lapangan menunjukkan bahwa kemampuan pembuktian matematis ini masih sangat kurang. Stylianides, *et al.* (Hodiyananto, 2018) mengungkapkan bahwa kebanyakan dari para siswa maupun mahasiswa masih merasa kesulitan dalam melakukan pembuktian matematika. Juga berdasarkan hasil penelitian (Nurhidayah *et al.*, 2019) menunjukkan bahwa kurangnya pemahaman siswa terhadap pembuktian matematis. Berdasarkan penelitian Amalia *et al.* (2023) bahwa 17 dari 25 siswa (68%) memiliki kemampuan pembuktian matematika rendah, salah satu faktor paling besar pengaruhnya adalah kurangnya factor kemampuan (pemahaman materi pembuktian).

Menurut Lestari (2015) juga menyatakan kesulitan pada pembuktian matematis meliputi kesulitan memahami, memberikan bukti dan pembuktian matematika baik langsung ataupun tidak langsung. Megawati (Amir & Si, 2018) menyebutkan bahwa sebagian besar siswa SMA masih mengalami kesulitan untuk melakukan pembuktian materi identitas trigonometri. Hal yang sama

dapat dikatakan tentang temuan wawancara peneliti dengan guru matematika di kelas X SMAN 1 Payaraman Kab. 75% siswa Sumatera Selatan melaporkan kesulitan menyelesaikan pembuktian, terutama saat menggunakan identitas trigonometri. Banyak kesalahan yang tercipta akibat kesulitan dalam mencari tahu dan menerapkan rumus dasar yang harus digunakan untuk melengkapi pembuktian. Bukti terkait trigonometri akhirnya menjadi salah satu mata pelajaran yang paling menantang bagi siswa sebagai hasilnya. Oleh karena itu perlu dicarikan cara untuk memperbaiki kemampuan pembuktian matematis siswa tersebut. Salah satu caranya adalah dengan pemanfaatan pembelajaran berbasis bukti. Karena pada pembelajaran berbasis bukti menjadikan bukti sebagai alat bantu dalam belajar identitas trigonometri yang pada dasarnya materi ini berkaitan erat dengan pembuktian.

Menurut Hanna & de Villiers (2008) menyebutkan bahwa Pembelajaran berbasis bukti (PFB) adalah pembelajaran yang menjadikan bukti sebagai pondasi dan juga alat untuk meningkatkan pemahaman sehingga dapat mengembangkan kemampuan pembuktian matematis siswa dalam mengikuti kegiatan proses pembelajaran matematika. Pembelajaran berbasis bukti itu menjadikan bukti sebagai pusat pembelajaran guna memahami matematika di sekolah (Ball et al., 2003). Jadi melalui pembelajaran berbasis bukti ini akan dapat membantu siswa dalam memahami dan mengembangkan kemampuan pembuktian matematis dalam pembelajaran matematika terkhusus materi yang banyak membutuhkan pembuktian seperti materi identitas trigonometri.

Terkait penjelasan di atas maka indikator yang akan diambil pada penelitian ini terkait dengan memanipulasi fakta untuk menunjukkan kebenaran dan menyusun bukti secara sistematis berdasarkan definisi, prinsip (rumus) dan teorema pada pembelajaran identitas trigonometri dengan *Proof Based Learning*. Berdasarkan uraian di atas penelitian ini bertujuan untuk memperoleh desain pembelajaran identitas trigonometri dengan *Proof Based Learning* dan mengetahui kemampuan pembuktian matematis siswa SMA pada materi identitas trigonometri.

## **METODE**

Jenis penelitian ini adalah *design research*. Menurut Gravemeijer and Cobb (2006), *design research* dilakukan dalam tiga tahap yaitu *preliminary design*, *design experiment* dan *retrospective analysis*. Studi ini bertujuan untuk mendesain pembelajaran identitas trigonometri dengan *proof based learning* yang dapat memberikan informasi tentang kemampuan pembuktian matematis siswa. Sebagai subjek penelitian yang dipilih adalah siswa yang diketahui memiliki kemampuan awal pembuktian matematis rendah dan belum mempelajari materi identitas trigonometri. Berdasarkan ini maka yang menjadi subjek penelitian ini adalah 28 siswa kelas X IPA 1 di SMAN 1 Payaraman Kabupaten Ogan Ilir Sumatera Selatan. Adapun rentang waktu penelitian ini pada semester genap tahun pelajaran 2022/ 2023.

Tahapan *design research* pada penelitian ini meliputi tahap *preliminary* yaitu peneliti melakukan kajian literatur terkait materi identitas trigonometri, kemampuan awal siswa terkait

pembuktian matematis, termasuk mengkaji pembelajaran berbasis bukti. Setelah mengkaji literatur peneliti dapat mendesain lintasan belajar siswa HLT (*Hipotetical Learning Trajectory*). HLT yang didesain bersifat dinamis (dapat berubah) sehingga terbentuk proses berulang pada tahap *design experiment*. Untuk memperoleh instrument penelitian yang valid, ditahap ini juga peneliti meminta bantuan 2 orang dosen sebagai validator guna memperoleh masukan ataupun perbaikan terhadap instrument yang peneliti buat sehingga instrument tersebut layak untuk dipergunakan dalam penelitian di sekolah. Instrument yang dimaksud berupa RPP, LKPD, Soal tes pembuktian, lembar observasi dan lembar wawancara.

Tahap *design experiment* terdiri dari 2 siklus yaitu siklus 1 (*Pilot Experiment*) dimana peneliti mengujicobakan HLT yang sudah dibuat pada tahap *preliminary* kepada 6 siswa yang dibagi dalam 2 kelompok dengan kemampuan heterogen. Hasil dari ujicoba HLT ini juga akan direvisi sebelum digunakan pada siklus II (*Teaching Experiment*). HLT yang telah dibuat dan diperbaiki pada langkah sebelumnya dipraktikkan pada tahap percobaan pengajaran. Kelas sasaran belajar diberi kesempatan untuk mencoba HLT. Temuan studi dari tahap ini digunakan untuk menjawab permasalahan penelitian desain pembelajaran identitas trigonometri menggunakan *Proof Based Learning* dan tingkat kemampuan pembuktian matematis siswa.

Hasil dari tahap *teaching experiment* dianalisis dalam tahap *restrospective analysis* untuk mengembangkan kegiatan pembelajaran. Dengan mempertimbangkan dokumentasi penelitian berupa video dan foto penelitian, dugaan lintas pembelajaran (HLT) akan dikontraskan dengan kegiatan belajar siswa yang sebenarnya (*Actual Learning Trajectory*) untuk menjawab rumusan masalah penelitian.

Teknik pengumpulan data yang digunakan pada penelitian ini meliputi lembar tes, lembar observasi dan wawancara. Teknik analisa data tes adalah data yang diperoleh dengan cara melihat hasil test dengan rubrik/ pedoman penskoran yang dirumuskan oleh peneliti berdasarkan indikator kemampuan pembuktian matematis yaitu skor 0 untuk peserta didik tidak menjawab; skor 1 untuk peserta didik hanya menuliskan jawaban akhir; skor 2 untuk peserta didik menjawab, manipulasi fakta belum tepat yaitu membaca bukti dengan baik namun belum dapat menganalisis bukti dengan tepat. Tidak menyusun bukti secara sistematis yaitu argument yang tidak tepat dan langkah bukti tidak urut; Skor 3 untuk peserta didik menjawab, manipulasi fakta dengan baik yaitu membaca dan menganalisis bukti dengan benar. Menyusun bukti belum sistematis yaitu ada argument bukti yang belum tepat namun langkah bukti urut; Skor 4 untuk peserta didik menjawab, manipulasi fakta dengan baik yaitu membaca dan menganalisis bukti dengan benar. Menyusun bukti secara sistematis yaitu argument bukti tepat dan langkah bukti yang urut. Setelah skor diperoleh lalu dikonversikan ke rentang nilai 0 – 100 yang kemudian diperoleh kategori tingkat kemampuan pembuktian matematis siswa.

Teknik Analisa data observasi yaitu data hasil observasi yang dilakukan oleh beberapa observer yang mengamati proses pembelajaran berlangsung dengan berdasarkan lembar observasi

yang telah divalidasi. kemudian data tersebut dianalisis secara deskriptif dengan tujuan memperoleh gambaran tentang keterlaksanaan desain pembelajaran identitas trigonometri dengan *Proof Based Learning (PfBL)* berupa kegiatan membaca, menganalisis, memverifikasi dan presentasi bukti yang dilakukan oleh siswa. Teknik Analisa wawancara yaitu diperoleh dengan peneliti mewawancarai beberapa siswa setelah melakukan proses pembelajaran dan pemberian soal tes pembuktian yang kemudian dianalisis secara deskriptif untuk mendukung hasil data observasi dan tes.

## **HASIL DAN DISKUSI**

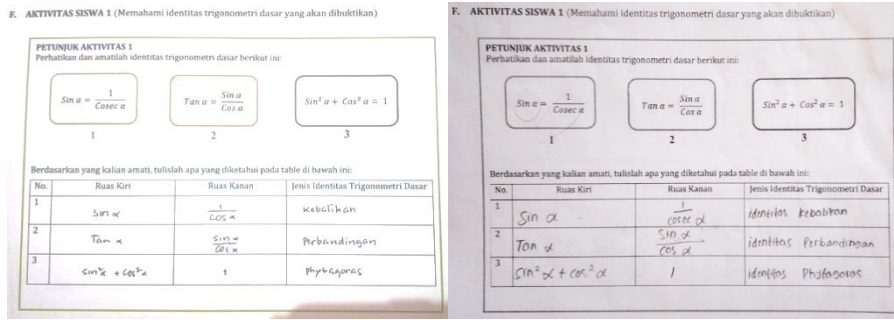
Pembelajaran identitas trigonometri ini didesain menggunakan pembelajaran berbasis bukti (*Proof Based Learning*) bertujuan untuk mengetahui kemampuan pembuktian matematis siswa. Berikut paparan terkait tahapan desain penelitian ini:

### ***Tahap Preliminary Design***

Tahap ini peneliti telah mengkaji materi identitas trigonometri, pembelajaran berbasis bukti, HLT termasuk instrument penelitian yang diperlukan berupa lembar observasi, lembar tes, LKPD berupa aktivitas pembelajaran yang telah divalidasi oleh validator. HLT yang didesain pada pembelajaran identitas trigonometri dengan pembelajaran berbasis bukti yaitu tahap membaca bukti, menganalisis bukti, memverifikasi bukti dan merepresentasi bukti telah dikemas ke dalam empat aktivitas pembelajaran yang dituangkan dalam lembar kerja peserta didik (LKPD) adalah memahami bentuk identitas trigonometri dasar yang akan dibuktikan, mengidentifikasi dan membuat rencana penyelesaian pembuktian identitas trigonometri dasar, membuktikan identitas trigonometri dasar, serta membuat kesimpulan secara umum terkait pembuktian identitas trigonometri.

### ***Tahap Design Experiment dan retrospective analysis***

Diawali dengan pretes untuk mengetahui kemampuan awal siswa dengan hasil diperoleh bahwa siswa kesulitan dalam menyelesaikan soal-soal pembuktian identitas trigonometri, Siswa tidak menunjukkan ruas mana yang dipilih sebagai awal untuk pembuktian, siswa tidak memberikan alasan atau argument di setiap langkah pembuktian identitas trigonometri, kesulitan siswa disebabkan oleh kurang memahami konsep pembuktian atau langkah pembuktian. Setelah mengetahui kemampuan awal siswa tersebut selanjutnya melakukan tahap *design experiment*. Tahap *design experiment* terdiri atas tahap *pilot experiment* yang disebut siklus I dan tahap *teaching experiment* yang disebut siklus II. Diperoleh hasil untuk aktivitas 1 baik siklus I dan siklus II telah sesuai dengan HLT yang telah didesain berdasarkan analisis retrospektif yang dilakukan. Pada aktivitas 1 ini siswa diharapkan dapat mengetahui dan memahami bentuk dari identitas trigonometri dasar yang akan dibuktikan. Sebagai awal pengerjaan aktivitas 1 siswa akan membaca bukti dengan memperhatikan gambar bentuk identitas trigonometri dasar kemudian mengisi table pertanyaan. Adapun hasil jawaban aktivitas 1 yang dimaksud tertuang pada lembar LKPD berikut ini:



Gambar 1. Lembar Jawaban Siswa Aktivitas 1

Berikut adalah penjelasan siswa atas pengerjaan aktivitas 1 disajikan dalam bentuk transkrip di bawah ini:

Pn: Berdasarkan yang bapak lihat. Kenapa  $\sin \alpha$ ,  $\tan \alpha$  kalian tuliskan di kolom ruas kiri?

Ss: Iya Pak karena berada disebelah kiri tanda “=”

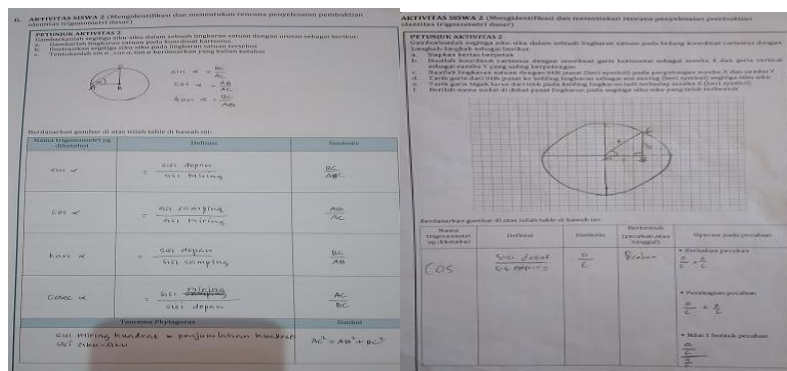
Pn: oke. Trus bagaimana kamu tahu bahwa baris pertama adalah jenis identitas kebalikan?

Ss1: kami baca di buku Pak.

Ss2: karena ada “1 per” Pak

Berdasarkan hasil jawaban dan dialog menunjukkan bahwa siswa telah dapat mengetahui dan memahami bentuk identitas trigonometri dasar serta dapat menuliskan ruas kiri dan kanan dari masing-masing bentuk identitas trigonometri dasar tersebut. Ini mempertegas bahwa kemampuan membaca bukti dengan baik merupakan pemahaman konsep awal terhadap sebuah pembuktian matematika. Hal ini sesuai dengan pendapat Faridh et al. (2018) bahwa kemampuan membaca tidak hanya terfokus kepada berhitung saja namun lebih dari itu dapat memahami konsep matematika.

Pengujicobaan HLT untuk aktivitas 2 ini diharapkan siswa dapat mengidentifikasi dan membuat rencana penyelesaian pembuktian identitas trigonometri dasar. Siswa akan mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang diperlukan sebagai rencana penyelesaian pembuktian identitas trigonometri dasar melalui bantuan visualisasi/ gambar segitiga siku-siku dalam lingkaran satuan. Namun setelah diujicobakan pada tahap *pilot experiment* diperoleh beberapa masukan dan revisi atas hasil analisis retrospektif. Sehingga hasil revisi ini diimplentasikan pada tahap *teaching experiment*. Berikut hasil pengerjaan aktivitas 2 di bawah ini:



Gambar 2. Lembar Jawaban Siswa Aktivitas 2

Berdasarkan gambar 2 terlihat bahwa gambar sebelah kiri (tahap *pilot experiment*) siswa

menjawab dengan kurang tepat pada saat menggambar segitiga siku-siku pada lingkaran satuan dengan keterbatasan pengetahuan siswa dan kurangnya instruksi aktivitas serta kurangnya kolom pertanyaan penunjang aktivitas untuk mengidentifikasi dan merencanakan penyelesaian pembuktian identitas trigonometri dasar pada LKPD. Oleh karena itu dilakukanlah revisi seperti yang terlihat pada gambar sebelah kanan (*teaching experiment*). Dan berikut hasil dialog pengerjaan aktivitas 2 tahap *teaching experiment* di bawah ini:

Pn: *Bagaimana kalian menggambar segitiga siku-siku dalam lingkaran satuan?*

Ss: *Kami coba memahami petunjuknya dan mulai menggambar Pak.*

Pn: *Selanjutnya?*

Ss: *Membuat koordinat kartesius, lingkaran satuan, menarik garis dari pusat lingkaran ke keliling lalu tegak lurus dengan garis datar.*

Pn: *Terus bagaimana kalian tahu unsur apa saja yang telah kalian ketahui?*

Ss: *Dari aktivitas 1 Pak.*

Pn: *Dari mana kalian bisa menuliskan symbol  $\frac{a}{c}$ ?*

Ss: *Dari gambar yang kami buat tadi Pak.*

Pn: *Apa dasarnya?*

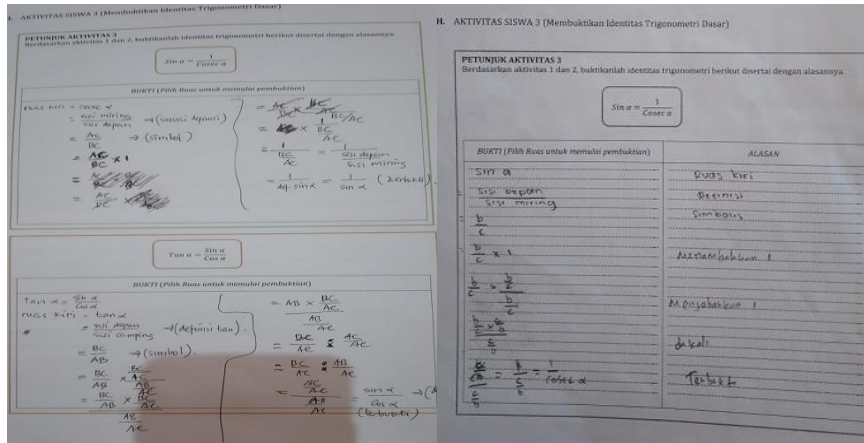
Ss: *Definisi.*

Pn: *Berdasarkan table kenapa  $1 = \frac{a}{\frac{a}{c}}$ ?*

Ss: *Krn pembilang dan penyebut sama Pak.*

Berdasarkan hasil pengerjaan aktivitas 2 pada tahap *teaching experiment* menunjukkan bahwa siswa telah dapat menggambar dengan benar sehingga siswa dapat mengidentifikasi unsur yang diketahui dan bentuk pecahan dengan symbol pada gambar yang telah dibuat sebagai bagian dari merencanakan penyelesaian pembuktian identitas trigonometri dasar tersebut. Sehingga peran dari sebuah gambar atau visual sangat membantu dalam menganalisis sebuah pembuktian. Menurut Rizkiana et al. (2019) bahwa pemahaman terhadap geometri khususnya bangun datar dapat membantu kemampuan siswa dalam menggambarannya sehingga demikian dapat memahami sebuah pembuktian. Menurut Hanna & Sidoli (2007) bahwa representasi visual memainkan peran penting dalam sebuah pembuktian. Dengan demikian aktivitas 2 ini telah menunjang kemampuan menganalisis bukti dan ini telah sesuai dengan HLT yang ada.

Dilanjutkan dengan aktivitas 3 dengan harapan bahwa siswa dapat membuktikan identitas trigonometri dasar melalui kegiatan menuliskan dan menyusun bukti disertai argumentasi yang tepat. Siswa akan mulai membuktikan ruas kanan ataupun ruas kiri yang dipilih sebagai awal pembuktian. Tetapi berdasarkan analisis retrospektif menghasilkan bahwa aktivitas 3 pada tahap *pilot experiment* belum sesuai dengan HLT yang dirancang. sehingga telah dilakukan revisi untuk digunakan pada tahap *teaching experiment*. Berikut hasil pengerjaan aktivitas 3 di bawah ini:



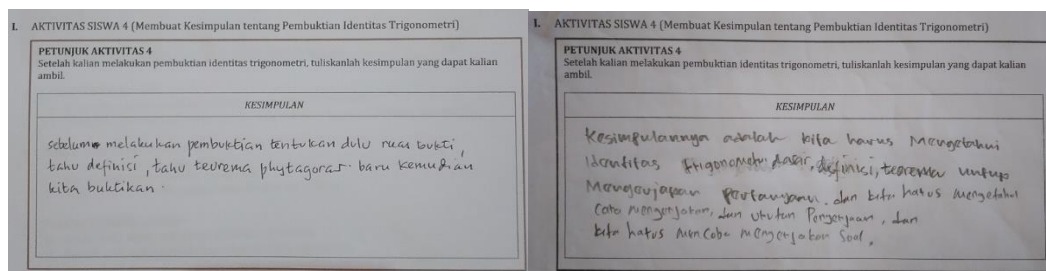
Gambar 3. Lembar Jawaban Siswa Aktivitas 3

Berdasarkan gambar 3 pada aktivitas 3 gambar sebelah kiri (tahap *pilot experiment*) terlihat bahwa siswa masih kesulitan dalam mengubah bentuk kebalikan suatu pecahan (operasi pecahan). Serta belum memberikan argument yang tepat untuk setiap urutan langkah yang ditulis. Sehingga dilakukan revisi seperti gambar sebelah kanan tersebut (*teaching experiment*). Adapun hasil dialog untuk pengerjaan aktivitas 3 di tahap *teaching experiment* sebagai berikut:

- Pn: *Kalian mengambil ruas kiri? Mengapa?*  
 Ss: *Iya Pak karena lebih mudah untuk dijabarkan Pak.*  
 Pn: *Berdasarkan apa argument yang kalian buat?*  
 Ss: *ada definisi, teorema pada aktivitas 2 Pak.*  
 Pn: *Terus bentuk 1 menjadi bentuk pecahan kalian peroleh dari mana?*  
 Ss: *Dari table pengerjaan aktivitas 2 Pak.*

Berdasarkan pengerjaan dan percakapan dialog untuk aktivitas 3 tahap *teaching experiment* di atas menunjukkan bahwa siswa telah dapat menuliskan dan menyusun bukti identitas trigonometri dasar dengan baik. Ini dapat terlihat dari susunan bukti yang urut dan sistematis disertai dengan alasan atau argumentasi yang baik. Sehingga dapat dikatakan bahwa tahap verifikasi bukti yang dilakukan oleh siswa sudah baik. Menurut Sundawan et al. (2018) menyatakan bahwa memverifikasi bukti memiliki fungsi yang sangat fundamental pada sebuah pembuktian karena itu merupakan proses cara berfikir matematika yang matang. Sehingga HLT yang dirancang sudah sesuai dengan aktivitas belajar siswa sesungguhnya.

Selanjutnya aktivitas terakhir atau aktivitas 4 untuk tahap *pilot experiment* dan tahap *teaching experiment* telah sesuai dengan HLT yang dirancang berdasarkan analisis retrospektif yang telah dilakukan. Pada aktivitas 4 ini diharapkan siswa dapat membuat kesimpulan terkait pembuktian identitas trigonometri. Siswa akan menarik kesimpulan atas pengalaman belajar yang sudah dilakukan mulai dari aktivitas pertama sampai dengan aktivitas ketiga bahwa apa yang harus diperlukan dalam membuktikan suatu identitas trigonometri. Berikut jawaban siswa pada aktivitas 4:



Gambar 4. Jawaban Siswa Aktivitas 4

Berikut dialog terkait pengerjaan aktivitas 4 pada transkrip di bawah ini:

- Pn: *Apa yang dapat kamu simpulkan setelah melakukan pembuktian identitas trigonometri ?*  
 Ss: *Pilih ruas kanan atau kiri Pak.*  
 Pn: *Terus apa lagi?*  
 Ss: *Tadi ada definisi, teorema Pak.*  
 Pn: *Intinya yang harus diperlukan dalam sebuah pembuktian identitas itu apa saja ?*  
 Ss: *Ruas, definisi, teorema.*

Berdasarkan gambar 4 dan dialog diatas menunjukkan bahwa siswa sudah memiliki pengetahuan tentang apa saja yang harus dilakukan untuk membuktikan identitas trigonometri yaitu pemilihan ruas, definisi, teorema (rumus) dan argumentasi sangat diperlukan dalam sebuah pembuktian identitas trigonometri secara umum. Dengan demikian siswa telah dapat melakukan presentasi bukti dengan baik.

Secara keseluruhan dari keempat aktivitas tersebut sudah sesuai dengan HLT yang dibuat (HLT hasil revisi dari siklus I (*pilot experiment*)). Selanjutnya untuk melihat tingkat kemampuan pembuktian matematis siswa setelah melakukan pembelajaran identitas trigonometri dengan *Proof Based Learning* melalui empat aktivitas pembelajaran tersebut maka diberikanlah tes kemampuan pembuktian matematis kepada subjek penelitian sebanyak 3 soal. Adapun hasil dari tes ini disajikan dalam tabel berikut ini:

Tabel 1. Data hasil tes siswa berdasarkan indikator kemampuan pembuktian matematis

No	Indikator Kemampuan Pembuktian Matematis	Jumlah Siswa yang Muncul (%)			Rata-rata (%)
		Soal 1	Soal 2	Soal 3	
1	Tidak memanipulasi fakta dan tidak Menyusun bukti secara sistematis.	0,0	0,0	0,0	0,0
2	Manipulasi fakta belum tepat: membaca bukti dengan baik namun belum dapat menganalisis bukti dengan tepat.	14,3	32,1	21,4	22,6
3	Manipulasi fakta dengan baik: membaca dan menganalisis bukti dengan benar namun Menyusun bukti belum sistematis: ada argument bukti yang belum tepat namun langkah bukti urut.	78,6	50,0	78,6	69,0
4	Manipulasi fakta dengan baik: membaca dan menganalisis bukti dengan benar. Menyusun bukti secara sistematis: argument bukti tepat dan langkah bukti yang urut.	7,1	17,9	0,0	8,3

Berikut juga ditampilkan hasil pengolahan data hasil tes kemampuan pembuktian matematis

adalah sebagai berikut ini:

Tabel 2. Hasil pengolahan data tes kemampuan pembuktian matematis siswa

Skor Kemampuan Pembuktian Matematis	Skor Maximum	% Nilai Kemampuan Pembuktian Matematis	Kategori
240	336	71,43	Baik

Berdasarkan data di atas menunjukkan bahwa tingkat kemampuan pembuktian matematis siswa sebesar 71,43 % dengan kategori baik dengan rincian 22,6 % siswa belum dapat memanipulasi fakta dengan baik karena siswa tidak dapat menganalisis bukti dengan baik walaupun dapat membaca bukti secara baik serta siswa tidak dapat menyusun bukti secara sistematis karena argument yang tidak tepat dan langkah bukti tidak urut, 69 % siswa dapat memanipulasi fakta dengan baik karena siswa dapat membaca dan menganalisis bukti dengan baik walaupun belum dapat menyusun bukti secara sistematis karena masih ada argument bukti yang kurang tepat walaupun langkah bukti sudah urut, dan 8,3 % siswa mampu manipulasi fakta dengan baik karena siswa dapat membaca dan menganalisis bukti dengan benar serta mampu menyusun bukti secara sistematis dengan memberikan argument bukti yang tepat dan langkah bukti yang urut. Menurut Mubarak et al. (2018) bahwa kemampuan pembuktian matematis itu menekankan bagaimana cara melakukan analisis, penyusunan bukti dari formulasi matematika daripada hanya mengingat fakta dari formulasi matematika tersebut. Artinya aktivitas yang telah dilakukan oleh siswa pada pembelajaran berbasis bukti telah dapat membantu kemampuan pembuktian matematis siswa. Berdasarkan hal di atas maka pembelajaran yang didesain pada penelitian ini menunjukkan bahwa sebagian besar konjektur yang dibuat telah sesuai dengan strategi berfikir siswa. Oleh karena itu penemuan-penemuan dalam penelitian ini merupakan bagian dari pengembangan *local instruksional theory* (LIT) dalam pembelajaran identitas trigonometri dengan *Proof Based Learning* (PfBL).

## KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa pendesainan pembelajaran identitas trigonometri dengan *Proof Based Learning* (PfBL) menunjukkan bahwa siswa dapat memahami pembelajaran identitas trigonometri melalui pengalaman belajar dengan langkah *Proof Based Learning* (PfBL) yang tertuang dalam empat aktivitas pembelajaran. Keempat aktivitas pembelajaran ini membantu siswa terampil dalam membaca bukti sehingga pemahaman terhadap pembelajaran identitas trigonometri berkembang melalui pengetahuan ketika siswa dapat menganalisis bukti, termasuk mengasah kemampuan untuk terbiasa dalam berargument di setiap langkah pembuktian yang disusun secara sistematis sehingga semakin mempertebal kemampuan memverifikasi dan presentasi bukti.

Serangkaian aktivitas pembelajaran yang telah dilalui oleh siswa tersebut telah meningkatkan kemampuan pembuktian matematis siswa dilevel kategori baik. Dengan demikian ada beberapa saran yang dapat dikemukakan pada penelitian ini kiranya para guru pada saat melakukan

pembelajaran identitas trigonometri sebaiknya menggunakan langka-langkah pembelajaran berbasis bukti (*Proof Based Learning*) agar pembelajaran berjalan secara runtut dan sistematis sehingga dapat membantu siswa memahami bagaimana cara dan langkah dalam membuktikan sebuah identitas trigonometri karena siswa dapat terlibat belajar secara langsung dan menjadi pengalaman belajar yang bermakna. Bagi peneliti, diharapkan dapat mengembangkan atau mendesain materi berbeda dengan menggunakan *Proof Based Learning* (PfBL) sehingga dapat melatih kemampuan pembuktian matematis siswa.

## **UCAPAN TERIMA KASIH**

Dalam proses penulisan artikel ini, penulis ingin mengucapkan puji syukur kepada Allah SWT yang telah melimpahkan kebaikan dan nikmat-Nya sehingga dapat diselesaikan. Penulis menghargai dukungan penuh dari orang tua dan keluarga tercinta penulis. Juga kepada dosen yang telah memberikan ilmunya dalam pendidikan matematika dan berbagi keahlian mereka dengan penulis sehingga sangat membantu penulis menyusun artikel ini dengan kekayaan informasi. Selain itu, SMA Negeri 1 Payaraman, sebuah sekolah, yang telah membantu penulis dalam melakukan penelitian ini sehingga penulis dapat menyelesaikan artikel ini. Saya berdoa semoga Allah SWT memberikan kebaikan kepada bapak ibu semuanya. Aamiin.

## **REFERENSI**

- Amir, A., & Si, M. (2018). Penalaran Matematik Melalui Pendekatan Open-Ended Dalam Pembelajaran Matematika. *Logaritma: Jurnal Ilmu-ilmu Pendidikan dan Sains*, 6(01), 1-18.
- Angraini, L. M., Dadan Sundawan, M., & Noto, M. S. (2019). Analisis Proses Berpikir Menyusun Bukti Matematis Maha-siswa Calon Guru Pada Mata Kuliah Struktur Aljabar. *Euclid*, 6(2), 189-197.
- Sundawan, M. D, Liliana, I., Dewi, K., & Noto, S. (2018). Kajian Kesulitan Belajar Mahasiswa Dalam Kemampuan Pembuktian Matematis Ditinjau Dari Aspek Epistemologi Pada Mata Kuliah Geometri Transformasi. *Jurnal Inovasi Pendidikan Dan Pembelajaran Matematika*, 4(1), 13-26
- Syafri, F. S. (2017). Kemampuan Representasi Matematis Dan Kemampuan Pembuktian Matematika. *Jurnal Edumath*, 3(1), 49–55. <http://ejournal.stkipmpringsewu-lpg.ac.id/index.php/edumath>
- Faridh, A., Fahmy, R., & Wardono, M. (2018). Kemampuan Literasi Matematika dan Kemandirian Belajar Siswa Pada Model Pembelajaran Rme Berbantuan Geogebra. <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/>
- Fatimah, Ahmad, H., & Nurlyana. (2021). Pengaruh Pendekatan Resource Based Learning Terhadap Kemampuan Penalaran Dan Pembuktian Matematis Siswa Kelas X Mipa Sma Negeri 1 Wonomulyo. *JPMI: Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 4(2), 395–404.

- Gravemeijer & Cobb. (2006). *Design Research from a Learning Perspective*, dalam *Educational Design Research*. New York: Routledge.
- Hanna, G. (2000). *Proof, Explanation and Exploration: An Overview*. *Educational Studies in Mathematics* 44, 5–23. <https://doi.org/10.1023/A:1012737223465>.
- Hanna, G., & de Villiers, M. (2008). *ICMI Study 19: Proof and proving in mathematics education*. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 40(2), 329–336. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0073-4>
- Hanna, G., & Sidoli, N. (2007). *Visualisation and proof: A brief survey of philosophical perspectives*. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 39(1–2), 73–78. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0005-0>
- Herizal. (2020). Pengaruh Kemampuan Memahami Bukti Matematis terhadap Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis pada Topik Trigonometri. *Suska Journal of Mathematics Education*, 6(1), 007–024.
- Hodiyanto, H., & Susiaty, U. D. (2018). Peningkatan Kemampuan Pembuktian Matematis Melalui Model Pembelajaran Problem Posing. *MaPan: Jurnal Matematika dan Pembelajaran*, 6(1), 128–137. <https://doi.org/10.24252/mapan.2018v6n1a12>
- Lestari, K. E. (2015). Analisis Kemampuan Pembuktian Mahasiswa Menggunakan Pendekatan Induktif-Deduktif Pada Mata Kuliah Analisis Real. *MENDIDIK: Jurnal Kajian Pendidikan Dan Pengajaran*, 1(2), 128–135.
- Ball, L. D., Hoyle, C., Jahnke, H. N., & Movshovitz-Hadar, N. (2003). *The Teaching of Proof: Vol. III*. arXiv preprint math/0305021.
- Nurhidayah, N., Rosjanuardi, R., & Nurlaelah, E. (2019). *Investigating 10th grade students' understanding of the structure of deductive proof*. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(4). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/4/042054>
- Pertiwi, A. (2017). Blended Learning Berbasis Edmodo Pada Kemampuan Pembuktian Matematis Siswa. *SANTIKA: Jurnal Ilmiah Sains dan Teknologi*, 7(1), 579-584
- Amalia, R. S., Hakim, F., & Mahmud, N. (2023). Analisis Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Kemampuan Pembuktian Matematika Siswa Pada Materi Induksi Matematika. *APOTEMA : Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 9(1), 103-111.
- Rizkiana, S., Darmawan, P., & Prayekti, N. (2019). Kemampuan Visual Spasial Siswa dalam Menyelesaikan Soal Bangun Ruang Kubus dan Balok. *Prosiding: Konferensi Nasional Matematika dan IPA Universitas PGRI Banyuwangi*, 1(1), 103-106.
- Mubarok, M. S., Pujiastuti, E., & Suparsih, H. (2018). Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Matematis Dan Rasa Ingin Tahu Siswa Kelas Xi Mipa Sma Negeri 6 Semarang Melalui Model Pbl. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1, 677-683. <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/>