

Lintasan Belajar Pada Materi Teorema Pythagoras dengan Menggunakan Pendekatan *Problem Based Learning* (PBL)

Kristina Beto Nama^{1✉}, Mariana Marta Towe²

^{1,2} Institut Keguruan dan Teknologi Lantuka, Jln. Ki Hajar Dewantara, Kel. Waibalun, Kec. Lantuka, Kabupaten Flores Timur, NTT, Indonesia
renmemar@gmail.com

Abstract

This study was conducted to address students' difficulties in understanding the Pythagorean Theorem by developing a Problem-Based Learning (PBL)-based Hypothetical Learning Trajectory (HLT) and describing students' conceptual understanding abilities. The type of research used was design research with a qualitative approach. The research was conducted at SMPS Dharma Nusa, Helanlangowuyo Village, Ile Boleng District in May 2025, with eighth-grade students as the subjects. Research data were collected through the learning process, Student Worksheets (LKS), written tests, interviews, documentation, and field notes. Data analysis included reduction, presentation, and verification or conclusion drawing. The results of the study show: (1) theoretically, PBL-based learning pathways can facilitate the discovery of the Pythagorean Theorem concept; (2) students' conceptual understanding improved, where in problem 1, 19 out of 20 students achieved indicators 1-4, while 1 student did not achieve indicator 4; in problem 2, 18 students achieved indicators 1-4, and 2 students did not achieve indicators 3-4.

Keywords: Learning Trajectory, Pythagorean Theorem, PBL

Abstrak

Penelitian ini dilakukan untuk mengatasi kesulitan siswa dalam memahami konsep Teorema Pythagoras dengan mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbasis *Problem Based Learning* (PBL) dan mendeskripsikan kemampuan pemahaman konsep siswa. Jenis penelitian yang digunakan ialah penelitian desain dengan pendekatan kualitatif. Kegiatan penelitian berlangsung di SMPS Dharma Nusa, Desa Helanlangowuyo, Kecamatan Ile Boleng pada bulan Mei 2025, dengan subjek siswa kelas VIII. Data penelitian dikumpulkan melalui proses pembelajaran, Lembar Kerja Siswa (LKS), tes tertulis, wawancara, dokumentasi, dan catatan lapangan. Analisis data meliputi reduksi, penyajian, serta verifikasi atau penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan: (1) secara teoretis, lintasan belajar berbasis PBL dapat memfasilitasi penemuan konsep Teorema Pythagoras; (2) kemampuan pemahaman konsep siswa meningkat, di mana pada masalah 1, 19 dari 20 siswa mencapai indikator 1-4, sedangkan 1 siswa belum mencapai indikator 4; pada masalah 2, 18 siswa mencapai indikator 1-4, dan 2 siswa belum mencapai indikator 3-4.

Kata Kunci: Lintasan Belajar, Teorem Pythagoras, PBL

Copyright (c) 2026 Kristina Beto Nama, Mariana Marta Towe

✉ Corresponding author: Kristina Beto Nama

Email Address: renmemar@gmail.com (Jln. Ki Hajar Dewantara, Kel. Waibalun, Flores Timur, NTT, Indonesia)

Received 25 July 2025, Accepted 26 November 2025, Published 22 January 2026

DoI: <https://doi.org/10.31004/cendekia.v10i1.4364>

PENDAHULUAN

Matematika menurut pandangan kebanyakan orang merupakan tentang angka dan untuk perhitungannya menggunakan rumus-rumus dan harus dihafal. (Towe, 2024), Pembelajaran matematika melibatkan konsep-konsep abstrak yang dibangun melalui penalaran deduktif dari fakta atau konsep sebelumnya. Oleh karena itu, hubungan antar konsep matematika sangat kuat dan terstruktur. Matematika membantu siswa mengasah pemahaman konsep dan keterampilan berpikir logis, kritis, kreatif, terstruktur, serta mampu menata langkah dalam menyelesaikan masalah. Salah satu topik penting dalam matematika yang dipelajari siswa adalah teorema Pythagoras.

Nurkhaeriyah (Resliana, 2020) mengemukakan teorema Pythagoras memiliki manfaat penting dalam berbagai situasi kehidupan sehari-hari, bab ini sangat penting untuk dipelajari dan dipahami. Meskipun demikian, Teorema Pythagoras masih menjadi tantangan bagi banyak siswa. Menurut Dimar (Hendrakus, 2022) yakni kesalahan yang sering muncul terkait dengan penerapan teorema Pythagoras. Sesuai hasil penelitiannya, yang menunjukkan bahwa banyak siswa hanya menghafal rumus teorema Pythagoras tanpa benar-benar memahami konsep di baliknya. Didukung juga pada penelitian yang dilakukan (Towe, 2020) Para siswa mengalami hambatan dalam mengungkapkan ide secara simbolik, menggambar lintasan, serta menyusun model matematika yang tepat untuk menyelesaikan soal teorema Pythagoras. Selain itu, pemahaman terhadap konsep masih kurang. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa kemampuan pemahaman konsep siswa pada materi teorema Pythagoras masih tergolong rendah. Masalah serupa ini juga terjadi di SMPS Dharma Nusa.

Berdasarkan hasil wawancara dengan guru kelas VIII SMPS Dharma Nusa, teridentifikasi beberapa masalah, yaitu: (1) perhatian dan partisipasi siswa selama penjelasan guru kurang, (2) siswa langsung menggunakan rumus yang tersedia di buku dan lebih menunggu penjelasan dari guru, serta (3) penguasaan konsep siswa mengenai teorema Pythagoras masih rendah. Dari hasil wawancara juga diketahui bahwa pembelajaran masih terfokus pada para guru dan penggunaan buku teks, sehingga siswa cenderung mengingat rumus daripada benar-benar mengerti akan konsep. Dalam pembelajaran matematika, siswa sering kali hanya menghafal konsep tanpa benar-benar membangun pemahaman yang mendalam. Akibatnya, ketidakmampuan siswa dalam memahami konsep dapat memengaruhi kemampuan mereka dalam mempelajari matematika secara efektif. (Tanjung, 2023) Pemahaman konsep termasuk salah satu kemampuan fundamental pada pembelajaran matematika. Heruman (Winarti, 2022) yakni pemahaman konsep adalah kemampuan siswa menguasai materi dengan membangun sendiri wawasannya, kemudian dapat mengungkapkannya kembali dalam bentuk lain yang lebih mudah dipahami lalu mengaplikasikannya dalam berbagai situasi.

Indikator kemampuan pemahaman konsep menurut Peraturan Dirjen Dikdasmen No. 506/C/PP/2004 (Towe, 2021) meliputi: (1) kemampuan menyatakan kembali konsep yang dipelajari, (2) kemampuan mengklasifikasikan objek sesuai sifat atau karakteristik konsep, (3) kemampuan memberikan contoh yang benar dan salah, (4) kemampuan merepresentasikan konsep secara matematis, misalnya lewat grafik, ekspresi matematika, atau teks, (5) kemampuan mengidentifikasi syarat perlu dan cukup suatu konsep, (6) kemampuan memilih dan menerapkan prosedur yang tepat untuk menyelesaikan masalah, serta (7) kemampuan mengklasifikasikan konsep atau algoritma dalam pemecahan masalah. (Ramadhanti, 2015) tingkat pemahaman siswa terhadap suatu materi sangat bergantung pada peran guru sebagai perancang proses belajar. Karena itu, kreativitas guru dibutuhkan dalam penyusunan pembelajaran.

Menurut Harjriyanto (2024), Hypothetical Learning Trajectory (HLT) merupakan sebuah perangkat pembelajaran yang berfungsi membimbing siswa agar lebih memahami materi matematika

sesuai dengan tujuan pembelajaran yang hendak dituju. Pendapat ini sejalan dengan Simon (Faudiah, 2017) yang menjelaskan bahwa HLT adalah rancangan serta gambaran mengenai bagaimana proses pembelajaran berlangsung, mulai dari tahap awal hingga siswa mencapai tujuan yang ditetapkan. Clements dan Sarama (Lantakay, 2023) juga menyatakan bahwa lintasan belajar (*Learning Trajectory*) menjelaskan pola pikir siswa selama pembelajaran, disusun dari asumsi dan hipotesis berbagai desain pembelajaran untuk mendorong perkembangan kognitif. Lintasan ini diharapkan memungkinkan siswa belajar mandiri, aktif, dan memperluas pengetahuan sehingga tujuan pembelajaran matematika tercapai. Dari beberapa pendapat diatas, dapat disimpulkan bahwa *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) adalah perangkat pembelajaran yang disusun dalam bentuk rangkaian aktivitas instruksional sekaligus memprediksi kemungkinan hambatan yang mungkin muncul selama proses belajar, sehingga memfasilitasi pemahaman siswa terhadap konsep matematika. Sebelum merancang *learning trajectory*, perlu dibuat terlebih dahulu HLT untuk kemudian memperoleh *Local Instruction Theory* (LIT).

Menurut Gravemeijer & Erde (Telung, 2022), *Local Instruction Theory* (LIT) adalah teori pembelajaran yang menjelaskan lintasan belajar pada topik tertentu beserta rangkaian aktivitas yang mendukungnya. Towe (2023) menyederhanakan pengertian LIT sebagai produk akhir dari *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) yang telah disusun, diterapkan dan dianalisis hasilnya. Selanjutnya, *Learning Trajectory* menjadi bahan ajar yang telah melalui proses pengujian dan penyesuaian berdasarkan kondisi siswa (Prahmana, 2017). Untuk mengoptimalkan penerapan *Learning Trajectory* tersebut, diperlukan suatu pendekatan pembelajaran yang mampu mendukung tercapainya tujuan pembelajaran yang ditetapkan.

Aripin (Towe, 2021), mengemukakan penggunaan teknik pembelajaran berbasis masalah, yaitu *Problem Based Learning* (PBL), merupakan salah satu cara untuk meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep-konsep matematika. (Fakhriyah, 2014) Menjelaskan bahwa *Problem Based Learning* (PBL), yang umumnya dikenal sebagai model pembelajaran berbasis masalah, adalah pendekatan pembelajaran yang mengandalkan pemikiran kritis dan teknik pemecahan masalah untuk memperoleh pengetahuan dan konsep melalui situasi nyata yang ditemui di lingkungan sekitar. Kelana & Wardani (Martiasari, 2022) Menjelaskan bagaimana pendekatan *Problem based Learning* (PBL) mendorong siswa untuk meneliti masalah nyata dan signifikan. Dimana belajar menjadi lebih luas dan relevan ketika siswa dihadapkan pada situasi di mana konsep-konsep harus diterapkan untuk memecahkan persoalan. Diharapkan dengan menerapkan pendekatan *Problem based Learning* (PBL), siswa dapat memperoleh dan mengembangkan ide matematika mereka sendiri serta mengidentifikasi akar permasalahan yang ada.

Berdasarkan berbagai definisi *Problem Based Learning* (PBL) dari para ahli, peneliti menyimpulkan bahwa untuk meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep materi yang dipelajari, baik secara individual maupun dalam kelompok, guru dapat menerapkan pendekatan *Problem Based Learning* (PBL). Pendekatan ini dimulai dengan penyajian masalah nyata pada awal pembelajaran, sehingga mendorong siswa untuk berpikir kritis, memahami informasi yang diberikan, serta

menganalisis permasalahan tersebut hingga mereka mampu menemukan solusi secara mandiri. Menurut Arends (Siswanti, 2023), *Problem Based Learning* (PBL) terdiri dari lima fase: (1) orientasi masalah: guru menjelaskan tujuan pembelajaran, memperkenalkan masalah, dan memotivasi siswa untuk terlibat; (2) organisasi siswa untuk meneliti: guru membantu siswa merumuskan dan menyusun tugas belajar terkait masalah; (3) pendampingan penyelidikan: guru mengajak siswa menggali informasi dan melakukan percobaan, dan menemukan solusi; (4) mengembangkan dan penyajian hasil: guru memfasilitasi pembuatan produk/laporan dan pembagian peran dalam kelompok; (5) analisis dan evaluasi: guru membimbing siswa merefleksikan proses dan strategi pemecahan masalah.

Penelitian terdahulu yang mendukung penelitian ini antara lain oleh Inayah, Prabawati, dan Ratnaningsih (2024), yang merancang HLT untuk Teorema Pythagoras dengan mempertimbangkan *learning obstacles* siswa terhadap kemampuan penalaran matematis. Metode yang digunakan adalah *Didactical Design Research*, dan hasil studi pendahuluan menunjukkan hambatan seperti kesulitan memahami soal cerita, operasi akar, dan prasyarat konsep. Dari analisis tersebut, mereka menyusun HLT yang diarahkan untuk memperbaiki penalaran matematis siswa pada materi Pythagoras. Penelitian lain yang sejalan adalah oleh Puspita Sari, Fuadiah, & Rohana (2021), yang juga melakukan identifikasi *learning obstacle* untuk kemudian membangun HLT pada materi Teorema Pythagoras. Mereka menemukan bahwa siswa mengalami kendala dalam pemahaman konsep dasar, tidak menguasai prasyarat, dan kesulitan pada rumus dan operasi. Berdasarkan hal itu, mereka merancang aktivitas siswa dan hipotesis proses berpikir dalam HLT mereka. Kedua penelitian ini menunjukkan bahwa desain lintasan belajar untuk Pythagoras melalui HLT sudah menarik perhatian peneliti, tetapi masih berfokus pada desain teoritis dan identifikasi hambatan (*learning obstacle*). Belum semua penelitian melangkah lebih jauh ke implementasi kelas yang sistematis dengan intervensi model pembelajaran berbasis masalah. Beberapa penelitian lain terkait model PBL sendiri telah banyak diteliti dalam pembelajaran Pythagoras. Misalnya, Salaa, Sumarauw & Salajang (2024) meneliti pengaruh PBL terhadap hasil belajar teorema Pythagoras di SMP, dan menemukan bahwa penggunaan PBL memberikan peningkatan hasil belajar signifikan dibanding pembelajaran konvensional. Begitu pula, Manoka, Pulukadang & Runtu (2022) melaporkan bahwa model PBL secara kuasi-eksperimental mampu meningkatkan hasil belajar siswa di materi Pythagoras dibanding pembelajaran langsung (konvensional). Meski demikian, penelitian-penelitian PBL tersebut umumnya hanya mengukur hasil belajar (misalnya nilai tes) dan tidak secara eksplisit menyusun lintasan belajar yang didasarkan pada identifikasi *learning obstacle*, apalagi menggunakan desain research untuk memetakan proses berpikir siswa dalam setiap fase PBL.

Berdasarkan kajian di atas, kesenjangan penelitian terletak pada belum adanya kajian yang merancang dan mengimplementasikan Hypothetical Learning Trajectory (HLT) pada materi Teorema Pythagoras yang diintegrasikan secara langsung dengan lima fase Problem Based Learning (PBL), serta divalidasi melalui design research dua siklus. Penelitian terdahulu hanya berfokus pada desain HLT tanpa implementasi komprehensif, atau menerapkan PBL tanpa analisis lintasan berpikir siswa.

Oleh karena itu, penelitian ini menghadirkan kebaruan berupa pengembangan HLT berbasis PBL yang diuji secara empiris sehingga memperoleh Local Instruction Theory (LIT) yang valid digunakan dalam pembelajaran Teorema Pythagoras.

METODE

Dalam penelitian digunakan pendekatan desain dengan metode kualitatif. Kegiatan penelitian dilakukan di SMPS Dharma Nusa, Desa Helanlangowuyo, Kecamatan Ile Boleng pada bulan Mei 2025. Subjek penelitian terdiri dari siswa kelas VIII SMPS Dharma Nusa. Penelitian ini bertujuan mengembangkan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) berbasis PBL dan menjelaskan kemampuan pemahaman konsep siswa. HLT dirancang mencakup aktivitas pembelajaran untuk guru dan siswa, perkiraan jawaban siswa, serta langkah tindak lanjut guru. Dalam menyusun HLT tersebut, peneliti mengikuti tiga tahapan oleh Gravemeijer dan Cobb (Putrawangsa, 2018), yaitu tahap persiapan eksperimen, tahap pelaksanaan eksperimen, dan tahap analisis retrospektif. Setelah HLT di rancang, kemudian diberikan kepada validator untuk melakukan validasi. Validator ialah 2 orang dosen dari program studi pendidikan matematika. Berdasarkan hasil validasi oleh validator terhadap HLT yang didesain diperoleh nilai persentase untuk aspek kelayakan isi yaitu 94% dengan kriteria validasi adalah valid. Nilai persentase untuk aspek bahasa yaitu 92% dengan kriteria valid. Sehingga desain HLT dapat diterapkan dikelas uji coba dan kelas penelitian.

Untuk mendeskripsikan kemampuan pemahaman konsep siswa, peneliti menggunakan indikator: (1) menyatakan ulang konsep, (2) menyajikan konsep dalam bentuk representasi matematika, (3) menggunakan dan memilih prosedur tertentu, serta (4) mengklasifikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah. Data dikumpulkan melalui pembelajaran, LKS, tes tertulis, wawancara, dokumentasi, dan catatan lapangan. Analisis data mengacu pada model Miles dan Huberman (Syamsuddin, 2023), meliputi reduksi, penyajian, dan verifikasi/penarikan kesimpulan.

HASIL DAN DISKUSI

Hasil

Hasil penelitian menunjukkan: (1) lintasan belajar PBL untuk materi Teorema Pythagoras meliputi mengorientasi siswa pada masalah, mengorganisasi belajar, membimbing penyelidikan individu dan kelompok, mengembangkan serta menyajikan hasil karya, dan menganalisis serta mengevaluasi pemecahan masalah; (2) kemampuan pemahaman konsep siswa: pada masalah 1, 19 dari 20 siswa mencapai indikator 1-4 dan 1 siswa belum mencapai indikator 4; pada masalah 2, 18 dari 20 siswa mencapai indikator 1-4, sementara 2 siswa belum mencapai indikator 3-4.

Diskusi

Beberapa penelitian sebelumnya terkait lintasan belajar antara lain dilakukan oleh Meylia Putri Rachmawati dan Sukirwan (2023) berjudul “*Desain Pembelajaran Kesebangunan Bangun Datar Melalui Model Problem Learning Berbantuan Geogebra*”. Hasil penelitian tersebut menunjukkan

bahwa perancangan HLT dapat membantu siswa memahami konsep kesebangunan pada bangun datar. Penelitian lain oleh Salwa Zakiyah Ruhma, Mega Nur Prabawa, dan Nani Ratnaningsih (2024) dengan judul “*Lintasan Belajar dengan Model Pembelajaran Novick untuk Meningkatkan Pemahaman Matematis Pada Materi Teorema Pythagoras*” juga mendukung temuan tersebut. Penelitian ini menyimpulkan bahwa lintasan belajar model Novick secara teoritis memfasilitasi siswa menemukan konsep dan pembuktian teorema Pythagoras serta dapat diterapkan dalam pembelajaran. Selain itu, penelitian oleh Talisadika Serrisanti Maifa, Cecilia Novianti Salsinha, dan Hendrika Bete berjudul “*Lintasan Belajar Geometri Transformasi Dengan Menggunakan Konteks Kain Buna*” menunjukkan bahwa lintasan belajar yang dirancang mampu membantu siswa mengerti konsep geometri transformasi dengan lebih baik.

Langkah pertama penelitian adalah merancang HLT mengikuti tiga tahapan Gravemeijer dan Cobb (Putrawangsa, 2018): persiapan eksperimen, eksperimen, dan analisis retrospektif. Pada tahap persiapan, HLT disusun berdasarkan literatur dan materi Teorema Pythagoras, termasuk aktivitas pembelajaran serta prediksi jawaban siswa. Tahap eksperimen melibatkan uji coba HLT pada siswa, dengan data yang dianalisis guna memperbaiki dan mengembangkan HLT pada tahap analisis retrospektif. HLT yang telah direvisi dan disempurnakan pada tahap ini akan membentuk *Local Instruction Theory* (LIT) dan digunakan dalam kelas penelitian. Lintasan belajar yang dirancang meliputi:

Aktivitas pembelajaran dan dugaan jawaban siswa

Tahap 1: orientasi masalah

Guru terlebih dahulu menjelaskan tujuan pembelajaran, kemudian menyampaikan apersepsi mengenai segitiga siku-siku, bilangan berpangkat, dan aljabar. Setelah itu, guru membagi siswa ke dalam kelompok 3-4 orang. Selanjutnya, siswa diminta menyelesaikan permasalahan yang telah disediakan.

Tabel 1. Hipotesis Lintasan Belajar (HLT)

Aktivitas Pembelajaran		Dugaan Jawaban Siswa
Aktivitas 1	Menemukan konsep teorema Pythagoras	a. Siswa memahami masalah dan mampu menyelesaikannya. b. Siswa memahami masalah namun siswa belum bisa menemukan luas permukaan bangun yang dibentuk. c. Siswa memahami masalah namun belum tepat menentukan simbol. Sesuai dengan posisi bangun. d. Siswa tidak memahami masalah sehingga tidak dapat menyelesaikannya
Aktivitas 2	Pemecahan masalah terkait teorema Pythagoras	a. Siswa memahami masalah dan mampu menyelesaikannya. b. Siswa memahami masalah, namun siswa keliru dalam menuliskan simbol. c. Siswa tidak memahami masalah sehingga tidak dapat menyelesaikannya

Tahap 2: organisasi siswa untuk belajar

Siswa diminta untuk membaca dan memahami masalah serta menyelesaikannya dengan caranya sendiri.

Tahap 3: pendampingan penyelidikan individu dan kelompok

Guru membimbing siswa dalam menyelesaikan masalah dengan pertanyaan penuntun, dan siswa dapat mengajukan pertanyaan jika mengalami kesulitan.

Tahap 4: mengembangkan dan menyajikan hasil

Pada tahap ini, guru menunjuk beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil kerja kelompok secara lisan dan tertulis di depan kelas.

Tahap 5: menganalisis dan mengevaluasi proses penyelesaian masalah

Guru bersama siswa merefleksikan proses dan strategi dalam menyelesaikan masalah.

Penelitian ini dilaksanakan di SMPS Dharma Nusa dengan menggunakan dua siklus. Siklus pertama dilaksanakan di kelas VIII B yang berjumlah 21 siswa, sedangkan siklus kedua dilakukan di kelas VIII C dengan jumlah 20 siswa. Pada siklus 1, desain HLT diujicobakan untuk melihat kekurangan yang perlu diperbaiki agar proses pembelajaran dapat berjalan lebih efektif. Hasil temuan dari siklus 1 kemudian digunakan sebagai dasar penerapan pada siklus 2. Sebelum pembelajaran dimulai, siswa dibagi menjadi 4 kelompok. Selanjutnya, mereka diberikan dua aktivitas, yaitu: aktivitas 1 untuk menemukan konsep Teorema Pythagoras, dan aktivitas 2 dalam menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan Teorema Pythagoras.

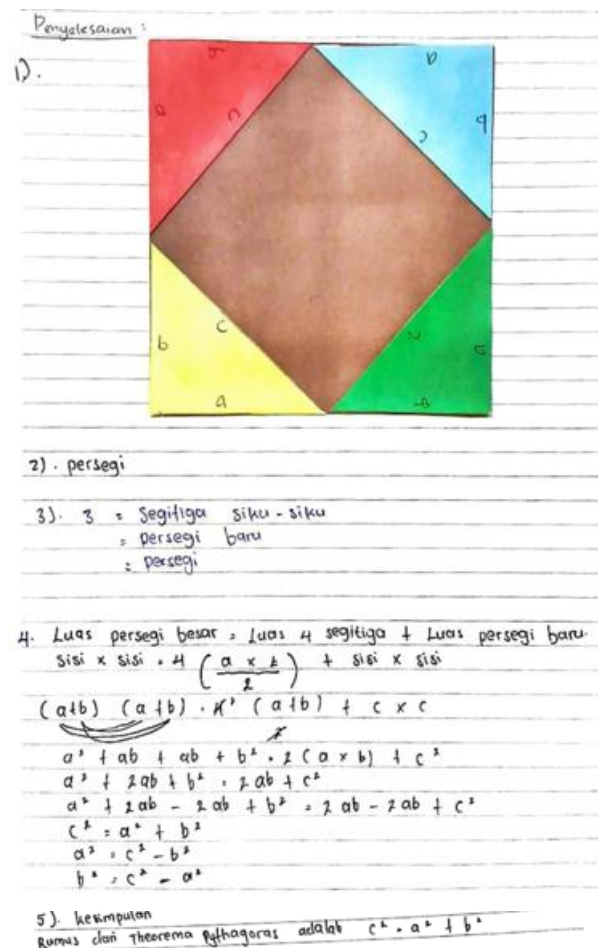
Pada aktivitas 1 siswa diberikan 5 bangun yaitu 4 segitiga siku-siku dan sebuah persegi. Siswa diminta untuk menyusun bangun dan menemukan bangun baru apa yang terbentuk dan menemukan berapa bangun yang terbentuk kemudian siswa mencari luas permukaan dari bangun yang disusun dan menyimpulkannya hasilnya. Pada aktivitas 2 siswa diberikan soal teorema Pythagoras dan menyelesaikannya menggunakan konsep teorema Pythagoras yang telah didapat pada aktivitas 1.

Dalam menyelesaikan masalah, siswa sudah memahami masalah dengan baik dimana siswa sudah bisa merepresentasikan masalah yang diberikan dalam penyusunan bangun dengan siswa menyusun 4 bangun segitiga siku-siku, disusun pada setiap sudut pada bangun persegi, dengan setiap sisi miring dari segitiga siku-siku saling berhadapan. Setelah siswa bisa merepresentasikan masalah dalam penyusunan bangun, siswa diminta untuk mengamati hasil gambar yang diperoleh setelah disusun dan menentukan bangun datar baru apa yang terbentuk siswa menulis persegi.

Selanjutnya siswa diminta untuk menentukan bagaimana rumus dari luas permukaan bangun datar yang sudah terbentuk dan menyelesaikannya. Disini siswa masih bingung untuk mengerjakannya. Maka peneliti memberikan topanan dengan menanyakan bagaimana pemahaman siswa terhadap luas permukaan. Siswa mengetahui bahwa luas permukaan berarti mencari luas dari seluruh daerah permukaan bangun. Setelah diberikan topanan, siswa mampu menentukan

luas persegi besar = luas 4 segitiga + luas persegi baru selanjutnya menulis $s \times s = 4 \left(\frac{a \times b}{2} \right) + s \times s$.

Akan tetapi, untuk menentukan panjang dari sisi-sisi bangun datar siswa masih kebingungan, sehingga peneliti memberikan topangan lanjutan. Peneliti meminta siswa untuk memperhatikan simbol yang terdapat pada bangun datar segitiga siku-siku. Dari bangun tersebut peneliti meminta siswa untuk melihat dengan baik bangun yang disusun lalu mengaitkan sisi-sisi segitiga siku-siku yang sudah diketahui tersebut dengan bangun datar lainnya. Setelah diberikan topangan, siswa kemudian dapat menemukan rumus teorema Pythagoras. Hasil pekerjaan siswa sebagai berikut:



Gambar 1. Pekerjaan Siswa Aktivitas 1

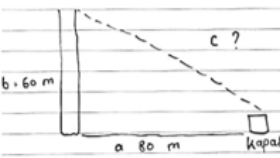
Aktivitas 2, siswa memahami masalah dengan dengan baik. Siswa menuliskan informasi diketahui dan ditanyakan dari masalah 2. Siswa menggambar mercusuar dengan tingginya 60 m dan diberi simbol dengan b lalu menggambar kapal. Setelahnya siswa menggambar garis dari kapal ke mercusuar untuk jarak kapal dari mercusuar yaitu 80 m disimbolkan dengan a . Dilanjutkan dengan menggambar garis dari nakhoda ke titik puncak mercusuar untuk melihat jarak antara nakhoda dan mercusuar dan disimbolkan dengan c . Siswa juga membuat pemisalan, yaitu jarak dari mercusuar ke kapal dengan a , tinggi dari mercusuar b dan jarak dari nakhoda ke ujung mercusuar dengan c .

Siswa menggunakan prosedur tertentu dengan menulis rumus teorema Pythagoras. Siswa menulis $c^2 = a^2 + b^2$. Selanjutnya siswa mensubstitusikan nilai ke model matematika yang dibuatnya sesuai pemisalan yang dibuat. Selanjutnya siswa menghitung jarak nakhoda dari puncak mercusuar tersebut, dan memperoleh hasil 100 m. Dan terakhir menulis kesimpulan dari hasil yang diperoleh jadi, jarak nakhoda ke mercusuar adalah 100 m. Hasil pekerjaan siswa sebagai berikut:

Penglesaian:
 Diketahui: puncak menara mercusuar berjauk 80 meter dari kapal
 dan tinggi mercusuar 60 meter

Ditanya: tentukan jarak nakhoda dari puncak mercusuar tsrbt !

Dijawab: $c^2 = a^2 + b^2$



$c^2 = a^2 + b^2$
 $c^2 = 80^2 + 60^2$
 $c^2 = 6.400 + 3.600$
 $c^2 = 10.000$
 $c = \sqrt{10.000}$
 $c = 100$

Jadi Jarak nakhoda dan puncak mercusuar tersebut adalah 100

Gambar 2. Pekerjaan Siswa Aktivitas 2

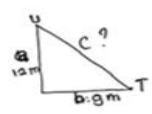
Setelah proses pembelajaran berlangsung, peneliti melanjutkan ke tahap analisis retrospektif. Pada tahap ini, HLT direvisi menjadi LIT dan kemudian diterapkan pada siklus 2. Lintasan belajar yang telah dikembangkan terbukti dapat meningkatkan kemampuan pemahaman konsep siswa. Peningkatan ini terlihat dari hasil tes tertulis yang diberikan di akhir pembelajaran. Tes tersebut terdiri atas dua soal, dan hasil pekerjaan siswa kemudian dikelompokkan ke dalam kategori tinggi, sedang, dan rendah. Dari setiap kategori, peneliti memilih satu siswa secara acak sebagai perwakilan.

Pada masalah 1, muncul dua jenis jawaban dari siswa. Hal ini terlihat pada gambar 3 dan 4. Gambar 3 diwakilkan oleh S1 dengan jumlah siswa 19 orang dan gambar 4 diwakilkan S2 dengan jumlah siswa 1 orang. Hasil pekerjaan siswa sebagai berikut:

Jwb:
 1. Dik: seorang anak bersepeda ke utara sejauh 12 m.
 belok ke timur 9 m.

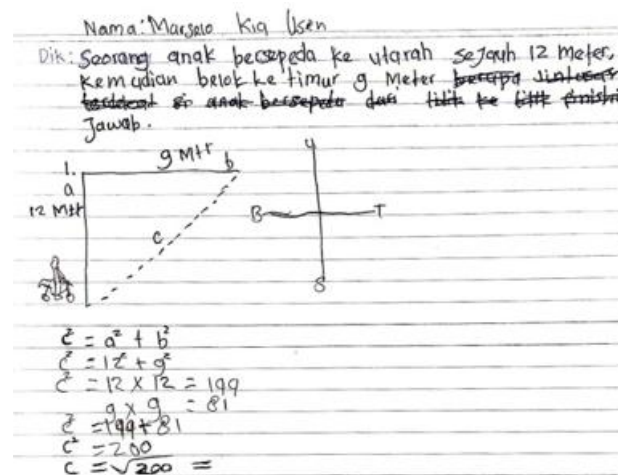
Dit: Berapa lintasan terdekat si anak bersepeda dari titik star ke finish ?

Dib: $c^2 = a^2 + b^2$
 $c^2 = 12^2 + 9^2$
 $c^2 = 144 + 81$
 $c^2 = 225$
 $c = \sqrt{225}$
 $c = 15 \text{ m}$



Jadi, Jarak lintasan terdekat si anak bersepeda dari titik star ke titik Finish adalah 15 m

Gambar 3. Hasil Tes Tertulis S1 Masalah 1



Gambar 4. Hasil Tes Tertulis S2 Masalah 1

Berdasarkan indikator kemampuan pemahaman konsep, S1 dan S2 memahami masalah dengan menulis apa yang diketahui dan ditanyakan sesuai dengan bunyi soal. Setelah menulis yang diketahui dan ditanyakan, S1 dan S2 merepresentasikan masalah dalam bentuk gambar, dengan menggambar jarak ke utara sejauh 12 m dan kemudian berbelok ke timur sejauh 9 m. Setelahnya siswa menarik garis dari titik star ke titik finis untuk lintasan terdekat yang bisa ditempuh seorang anak dan gambarnya menjadi segitiga siku-siku. Siswa juga langsung menuliskan simbol untuk mewakili seorang anak bersepeda ke utara sebagai a , berbelok ke timur sebagai b dan lintasan terdekat sebagai c . S1 dan S2 menggunakan prosedur/operasi penyelesaian dengan menulis rumus teorema Pythagoras dan selanjutnya mensubstitusikan nilai yang sesuai ke dalam rumus. Sehingga S1 memperoleh memperoleh nilai 15 m. Namun S2 melakukan kekeliruan pada saat menjumlahkan, sehingga memperoleh hasil yang belum tepat. Berdasarkan hasil pekerjaan S1 dan S2 tersebut, dapat disimpulkan S1 memenuhi indikator kemampuan pemahaman konsep 1-4, sedangkan S2 belum mencapai indikator pemahaman konsep 4.

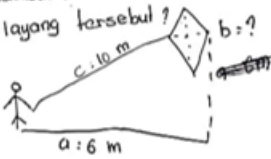
Pada masalah 2, ada 2 jawaban siswa yang muncul. Dapat dilihat pada gambar 5 dan 6. Gambar 5 diwakilkan oleh S1 dengan jumlah siswa 18 orang dan gambar 6 diwakilkan S3 dengan jumlah siswa 2 orang. Hasil pekerjaan siswa sebagai berikut:

2. Dik : seorang anak menaik layang-layang dengan benang panjangnya 10 m.
 = jarak anak ditanah dengan titik yg tepat berada dibawah layang-layang adalah 6 m.

Dit : Hitunglah ketinggian layang-layang tersebut?

Dik : $b^2 = c^2 - a^2$
 $b^2 = 10^2 - 6^2$
 $b^2 = 100 - 36$
 $b^2 = 64$
 $b = \sqrt{64}$
 $b = 8 \text{ m}$

Jadi, ketinggian layang-layang adalah 8 m.

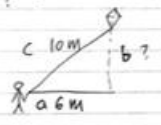


Gambar 5. Hasil Tes Tertulis S1 Soal 2

2. Dik : seorang anak menaik layang-layang dengan benang panjang 10 m. Jarak anak di tanah dengan titik yang tepat berada di bawah layang-layang 6 m.

Dit : hitunglah ketinggian layang-layang tersebut

Jawab :



$b^2 = a^2 + c^2$
 $b^2 = 6^2 + 10^2$
 $b^2 = 36 + 100$
 $b^2 = 136$
 $b = \sqrt{136}$
 $b =$

Jadi, ketinggian layang-layang tersebut adalah $\sqrt{136}$

Gambar 6. Hasil Tes Tertulis S3 Soal 2

Berdasarkan indikator kemampuan pemahaman konsep, S1 dan S3 menunjukkan bahwa mereka telah memahami soal dengan menuliskan informasi yang diketahui serta apa yang ditanyakan sesuai dengan pernyataan masalah. Setelah itu, S1 dan S3 merepresentasikan permasalahan tersebut ke dalam bentuk gambar, yaitu menggambar seorang anak yang menerbangkan layang-layang dengan panjang benang 10 m dan jarak anak ke titik tepat di bawah layang-layang sejauh 6 m. Selanjutnya menarik garis untuk tinggi layang-layang. Siswa juga sudah menuliskan simbol untuk mewakili panjang dari benang dengan c , jarak anak ke titik tepat di bawah layang-layang a , dan tinggi dari layang-layang dengan b . S1 dan S2 menggunakan prosedur/operasi penyelesaian dengan menulis rumus teorema Pythagoras dan selanjutnya mensubstitusikan nilai yang sesuai kedalam rumus. Sehingga S1 memperoleh memperoleh nilai 8 m. Namun S2 melakukan kekeliruan pada saat menuliskan rumus teorema Pythagoras, sehingga memperoleh hasil yang belum tepat. Berdasarkan hasil pekerjaan S1 dan S3 tersebut, dapat disimpulkan S1 memenuhi indikator kemampuan pemahaman konsep 1-4, sedangkan S2 tidak memenuhi indikator kemampuan pemahaman konsep 3 dan 4.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, lintasan belajar berbasis PBL secara teoritis efektif membantu siswa menemukan konsep teorema Pythagoras. Pembelajaran juga telah menerapkan langkah-langkah PBL, mulai dari mengorientasikan masalah, mengorganisasi belajar, membimbing penyelidikan, hingga menyajikan dan mengevaluasi hasil. Setelah mengikuti pembelajaran berbasis PBL, kemampuan pemahaman konsep siswa menunjukkan: pada masalah 1, 19 dari 20 siswa mencapai indikator 1-4, sedangkan 1 siswa belum mencapai indikator 4; pada masalah 2, 18 dari 20 siswa mencapai indikator 1-4, dan 2 siswa belum mencapai indikator 3-4.

Adapun saran dari penelitian ini, yaitu dapat menggunakan lintasan belajar (HLT) yang telah dikembangkan sebagai panduan dalam menerapkan pembelajaran berbasis masalah pada materi Teorema Pythagoras. Untuk penelitian selanjutnya disarankan melibatkan subjek yang lebih luas serta konteks pembelajaran berbeda agar lintasan belajar dapat diuji dan disempurnakan lebih lanjut dan dapat memperdalam analisis terhadap miskonsepsi siswa agar desain lintasan belajar semakin tepat sasaran.

REFERENSI

- Fakhriyah, F. (2014). Penerapan Problem Based Learning Dalam Upaya Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa. *Jurnal Pendidikan IPA Indonesia*, Volume 3, No. 1, hal. 97.
- Faudiah, N. f. (2017). Hypothetical Learning Trajectory Pada Pembelajaran Bilangan Negatif Berdasarkan Teori Situasi Didaktis Di Sekolah Menengah. *Jurnal Mosharafa*, Volume 6, Nomor 1.
- Harjriyanto, M. (2024). Hypothetical Learning Trajectory (HLT) Terhadap Kemampuan Literasi Numerasi pada Materi Lingkaran. *PTK: Jurnal Tindakan Kelas*, Vol.4, No. 1.
- Hendrakus, S. Y. (2022). Pemahaman Konsep Siswa Pada Materi Teorema Pythagoras. *Jurnal Pendidikan Matematika (AL KHAWARIZMI)*, 2(1).
- Inayah, H., Prabawati, M. N., & Ratnaningsih, N. (2024). *Hypothetical Learning Trajectory (HLT) terhadap kemampuan penalaran matematis pada materi Teorema Pythagoras*. *Jurnal Penelitian Pembelajaran Matematika Sekolah (JP2MS)*, 8(2), 258–267.
- Lantakay, C. (2023). Hypothetical Learning Trajectory: Bagaimana Perannya dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar? *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, Volume 3 Nomor 2.
- Manoka, G., Pulukadang, R. J., & Runtu, P. V. J. (2022). *Pengaruh model pembelajaran berbasis masalah terhadap hasil belajar siswa pada materi Teorema Pythagoras*. *Inspirasi Dunia: Jurnal Riset Pendidikan dan Bahasa*, 1(4), 11–19.
- Martiasari, A. (2022). Peningkatan Pemahaman Konsep Matematika Menggunakan Model Pembelajaran Problem Based Learning Berbantuan Media Manipulatif Untuk Siswa sekolah Dasar. *Jurnal Profesi Pendidikan (JPP)* Volume 1, Number 1.

- Prahmana, R. (2017). *Desing Research: (Teori dan Implementasinya: Suatu Pengantar)*. Depok: Rajawali Pers.
- Puspita Sari, H., Fuadiah, N. F., & Rohana. (2021). *Learning obstacle, hypothetical desain hipotetik pembelajaran Teorema Pythagoras: Hypothetical Learning Trajectory pembelajaran Teorema Pythagoras. Jurnal Didaktis Indonesia*, 1(2), 104–115.
- Putrawangsa, S. (2018). *Desain Pembelajaran: Desing Research sebagai Pendekatan Desain Pembelajaran*. Mataram: CV. Reka Karya.
- Ramadhanti, M. (2015). Penggunaan Hypothetical Learning Trajectory (HLT) Pada Materi Elastisitas Untuk Mengetahui Lintasan Belajar Siswa Kelas X Di SMA Negeri 1 Indralaya Utara. *Jurnal Inovasi dan Pembelajaran Fisika, Volume 2, Nomor 1*.
- Resliana, E. N. (2020). Analisis Kesalahan Siswa SMP Dalam Menyelesaikan Soal Pemahaman Konsep Teorema Phytagoras. *Prosiding: Konferensi Nasional Pendidikan 1*.
- Salaa, P., Sumarauw, S. J. A., & Salajang, S. M. (2024). *Model Problem-Based Learning pada pembelajaran Teorema Pythagoras: pengaruhnya pada hasil belajar siswa. Jurnal Riset dan Inovasi Pembelajaran (JRIP)*, 4(2), 830–843.
- Siswanti, A. I. (2023). *Problem Based Learning*. Yogyakarta: ANDI.
- Tanjung, Y. (2023). Perbedaan kemampuan Pemahaman Konsep Matematika dan Self-Efficacy Siswa Antara Siswa yang Diberi Model Pembelajaran PBL Dengan Inquiry. *Jurnal Review Pendidikan dan Pengajaran, Volume 6 Nomor 4*.
- Telung, N. (2022). Perancangan Pembelajaran Peluang Menggunakan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia. *Khatulistiwa: Jurnal Pendidikan dan Sosial Humaniora, Vol.2, No.4*.
- Towe, M. (2020). Developing Learning Trajectories mith the RME of Phytagorean Theorem. *Journal of Physics: Conference Series 1470, Vol. 1*.
- Towe, M. (2021). Analisis pemahaman Konsep Siswa Dengan Menggunakan Problem Based Learning (PBL) Pada Materi Luas Permukaan Balok. *Asimtot: Jurnal Kependidikan Matematika, Volume 3 Nomor 2*, halaman 114.
- Towe, M. (2023). Desain Lintasan Belajar Menggunakan Problem Based Learning Pada Materi Luas Permukaan dan Volume Prisma. *Gauss: Jurnal Pendidikan Matematika, Vol. 06, No. 02*.
- Towe, M. (2024). Kemampuan Pemahaman Konsep Siswa Pada Luas Permukaan Kerucut Dengan Pendekatan PBL. *Jurnal on Education Volume 06, No. 04*, hal. 19793-19807.
- Winarti, W. (2022). Pengaruh Penggunaan Model Pembelajaran Concept attainment Terhadap Pemahaman Konsep Matematika Siswa pada Materi Operasi Hitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat. *Pi-Math-Jurnal Pendidikan Matematika Sebelas April, Volume 1, No. 1*.