

Penalaran Analogi Siswa SMA dalam Mengonstruksi Konsep Invers Matriks 2×2 : Apakah Pemahaman Kesamaan Struktur Menjamin Keberhasilan Konstruksi Konsep?

Candra Sancoko^{1✉}, Abdul Haris Rosyidi²

^{1,2} Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Pendidikan, Universitas Negeri Surabaya,
Jl. Ketintang Sel. Kel, Ketintang, Kec. Gayungan, Surabaya, Indonesia
candrasancoko.22028@mhs.unesa.ac.id

Abstract

This study aims to describe the analogical reasoning of high school students who succeeded and those who failed in constructing the concept of the inverse of a 2×2 matrix. This study used a qualitative approach with a case study design. The research subjects consisted of two high school students selected based on the results of a prerequisite test and an Analogical Reasoning Task (ART), namely two students who succeeded and two students who failed to construct the concept of matrix inverse. Data were collected through the ART, in which students used their prior knowledge of the multiplicative inverse of real numbers (source problem) to construct the concept of the inverse of a 2×2 matrix (target problem), followed by semi-structured interviews. The data were analyzed using the Miles and Huberman stages (data reduction, data display, source triangulation, and conclusion drawing), guided by the eight indicators of analogical reasoning from Hicks (2024) Analogical Reasoning in Mathematics (ARM) framework: recalling, associating, distinguishing, exporting, importing, adapting, extending, and elaborating. The results showed that the successful students completed all stages, whereas the unsuccessful students only carried out the first five stages (recalling, associating, distinguishing, exporting, importing) but encountered obstacles at the adapting stage, so that the extending and elaborating stages were not reached. This failure was not caused by an inability to recall prior knowledge or to recognize structural similarities, but rather by difficulty in transforming the mapped relational structure into an operational mathematical procedure, particularly in representing the general form of the inverse matrix and formulating the resulting system of linear equations. These findings indicate that the adapting stage is the critical point distinguishing students' success and failure in constructing the concept of the inverse of a 2×2 matrix through analogical reasoning.

Keywords: Analogical Reasoning, Concept Construction, Matrix Inverse 2×2 .

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran analogi siswa SMA yang berhasil dan yang gagal dalam mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 . Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan studi kasus. Subjek penelitian terdiri dari dua siswa SMA yang dipilih berdasarkan hasil tes prasyarat dan Tugas Penalaran Analogi (TPA), yaitu dua siswa yang berhasil dan dua siswa yang gagal mengonstruksi konsep invers matriks. Data dikumpulkan melalui TPA, di mana siswa menggunakan pengetahuannya tentang invers perkalian bilangan real (soal sumber) untuk mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 (soal target), dilanjutkan dengan wawancara semi-terstruktur. Data dianalisis menggunakan tahapan Miles dan Huberman (reduksi data, penyajian data, triangulasi sumber, dan penarikan kesimpulan), berpedoman pada delapan indikator penalaran analogi kerangka Analogical Reasoning in Mathematics (ARM) Hicks (2024): *recalling*, *associating*, *distinguishing*, *exporting*, *importing*, *adapting*, *extending*, dan *elaborating*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa yang berhasil melalui seluruh tahapan, sedangkan siswa yang gagal hanya melakukan lima tahapan awal (*recalling*, *associating*, *distinguishing*, *exporting*, *importing*) namun mengalami hambatan pada tahap *adapting*, sehingga tahap *extending* dan *elaborating* tidak tercapai. Kegagalan tersebut bukan disebabkan oleh ketidakmampuan mengingat pengetahuan awal atau mengenali kesamaan struktur, melainkan oleh kesulitan mengubah struktur relasional yang telah dipetakan menjadi prosedur matematis yang operasional, terutama dalam merepresentasikan bentuk umum matriks invers dan membentuk sistem persamaan linear yang dihasilkan. Temuan ini menunjukkan bahwa tahap *adapting* merupakan titik kritis yang membedakan keberhasilan dan kegagalan siswa dalam mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 melalui penalaran analogi.

Kata kunci: Penalaran Analogi, Konstruksi Konsep, Invers Matriks 2×2

Copyright (c) 2026 Candra Sancoko, Abdul Haris Rosyidi

✉ Corresponding author: Candra Sancoko

Email Address: candrasancoko.22028@mhs.unesa.ac.id (Jl. Lidah Wetan, Lakarsantri, Surabaya, Jawa Timur)

Received 16 July 2026, Accepted 30 July 2026, Published 15 September 2026

DoI: <https://doi.org/10.31004/cendekia.v10i3.5383>

PENDAHULUAN

Pendidikan abad ke-21 menempatkan siswa sebagai pusat pembelajaran, sedangkan guru berperan sebagai fasilitator yang membantu siswa mengonstruksi pengetahuan secara mandiri (Selfi Arinie & Nor Azmah, 2025). Dalam pembelajaran matematika, konstruksi konsep menjadi aspek penting karena memungkinkan siswa membangun pengetahuan yang bermakna, bukan sekadar menghafal prosedur penyelesaian (Fadilah et al., 2025). Pemahaman konsep dibangun berdasarkan pengetahuan awal yang dimiliki siswa. Pengetahuan awal tersebut menjadi landasan bagi siswa untuk menghubungkan informasi atau konsep baru sehingga pembelajaran menjadi lebih bermakna dan konsep dapat diterapkan dalam situasi yang berbeda (Panggabean & Tamba, 2020).

Namun, mengonstruksi konsep matematika bukanlah hal yang mudah. Siswa masih mengalami kesulitan memahami konsep-konsep yang bersifat abstrak sehingga cenderung menghafal prosedur tanpa memahami konsep yang mendasarinya (Kurniati et al., 2024; Ni'mah et al., 2018). Salah satu materi yang sering menimbulkan kesulitan adalah matriks, termasuk konsep invers matriks, karena keberhasilannya tidak hanya bergantung pada kemampuan melakukan perhitungan, tetapi juga pada pemahaman konsep dan hubungan antaroperasi matriks (Dwitifani Hermanto & Susilawati, 2023). Akibatnya, materi matriks sering dipandang sebagai materi yang rumit dan sulit dipahami oleh siswa karena banyak siswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep matriks, menafsirkan soal, mentransformasikan permasalahan, hingga menyelesaikan soal (Miftakhussukriah et al., 2025). Kondisi tersebut menunjukkan perlunya pendekatan pembelajaran yang dapat membantu siswa mengonstruksi konsep matematika yang abstrak secara lebih bermakna.

Salah satu pendekatan yang berpotensi memfasilitasi konstruksi konsep adalah penalaran analogi. Penalaran analogi merupakan proses berpikir yang memanfaatkan kesamaan struktur relasional antara konsep yang telah dipahami dengan konsep baru (Gentner & Smith, 2013; Hicks, 2024). Melalui penalaran analogi, siswa tidak hanya mengenali kesamaan hubungan antara dua konsep, tetapi juga mentransfer dan menyesuaikan hubungan tersebut untuk membangun pengetahuan baru. Dengan demikian, penalaran analogi dapat membantu siswa memahami konsep matematika yang abstrak melalui konsep lain yang telah lebih dahulu dikuasai.

Berbagai penelitian telah mengkaji penalaran analogi dalam pembelajaran matematika, antara lain ditinjau dari self-concept (Sofiani et al., 2023), kemampuan matematika (An Nurma & Rahaju, 2021), gaya kognitif (Shodikin et al., 2023), pemecahan masalah (Ridhoi et al., 2021), serta post-solution posing (Prasetyo & Rosyidi, 2021). Penelitian-penelitian tersebut umumnya berfokus pada kemampuan penalaran analogi dalam menyelesaikan masalah matematika. Padahal, penalaran analogi tidak hanya berperan dalam penyelesaian masalah, tetapi juga dalam proses mengonstruksi konsep matematika baru. Hicks (2024) melalui Analogical Reasoning Model (ARM) menunjukkan bahwa konstruksi konsep berlangsung melalui serangkaian aktivitas analogis yang saling berkaitan. Akan tetapi, penelitian tersebut dilakukan pada konteks aljabar abstrak di tingkat perguruan tinggi dan belum mengungkap bagaimana proses tersebut berlangsung pada siswa sekolah menengah ketika

mengonstruksi konsep matematika yang baru. Selain itu, belum ditemukan penelitian yang membandingkan secara mendalam proses penalaran analogi antara siswa yang berhasil dan siswa yang gagal dalam mengonstruksi suatu konsep matematika. Padahal, perbandingan tersebut penting untuk mengidentifikasi tahapan penalaran yang menjadi penentu keberhasilan maupun penyebab kegagalan dalam mengonstruksi konsep.

Berdasarkan kondisi tersebut, penelitian ini mengkaji penalaran analogi siswa SMA dalam mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 dengan memanfaatkan konsep invers perkalian pada bilangan real sebagai konsep sumber yang memiliki struktur relasional serupa. Materi invers matriks dipilih karena merupakan salah satu materi pada jenjang SMA yang menuntut kemampuan berpikir abstrak sesuai dengan karakteristik siswa pada tahap operasional formal. Maka dari itu, penelitian ini bertujuan mendeskripsikan penalaran analogi siswa yang berhasil dan yang gagal dalam mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 .

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan desain studi kasus untuk memperoleh pemahaman yang mendalam mengenai proses penalaran analogi siswa dalam mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 (Aspers & Corte, 2019). Penelitian dilaksanakan di SMAN 6 Surabaya pada siswa kelas XI-4 pada bulan April-Mei 2026.

Subjek penelitian dipilih melalui beberapa tahapan. Sebanyak 36 siswa terlebih dahulu mengerjakan tes prasyarat untuk memastikan penguasaan materi sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV), perkalian matriks 2×2 , dan invers perkalian pada bilangan real. Dari hasil tes tersebut, terdapat 27 siswa memenuhi kriteria, selanjutnya mereka akan mengerjakan Tugas Penalaran Analogi (TPA). Berdasarkan hasil pengerjaan TPA, dipilih dua siswa sebagai subjek penelitian, terdiri dari satu siswa yang berhasil dan satu siswa yang gagal dalam mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 .

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti, sedangkan instrumen pendukung meliputi Tugas Penalaran Analogi (TPA) dan pedoman wawancara semi-terstruktur. TPA terdiri atas soal 1 (soal sumber) mengenai invers perkalian pada bilangan real dan soal 2 (soal target) mengenai invers matriks 2×2 . Pedoman wawancara disusun berdasarkan pada indikator penalaran analogi dalam mengonstruksi konsep yang digunakan dalam penelitian ini untuk menggali penalaran analogi siswa selama menyelesaikan TPA. Berikut merupakan indikator penalaran analogi dalam mengonstruksi konsep.

Tabel 1. Indikator Penalaran Analogi dalam Mengonstruksi Konsep

Tahapan	Indikator
Recalling	Mengaktifkan kembali pengetahuan awal yang relevan.
Associating	Mengidentifikasi kesamaan konseptual antara soal sumber dan soal target.
Distinguishing	Mengidentifikasi perbedaan antara soal sumber dan soal target.

Tahapan	Indikator
Exporting	Memetakan struktur atau relasi yang digunakan pada soal sumber ke soal target dengan memindahkan elemen konseptual secara langsung.
Importing	Secara selektif memilih unsur tertentu yang relevan untuk dipetakan.
Adapting	Menerapkan hasil pemetaan ke soal target dengan menyesuaikan struktur penyelesaian soal sumber agar sesuai dengan konteks baru.
Extending	Mengembangkan konsep awal menjadi bentuk baru dengan menambahkan sifat atau kondisi tambahan.
Elaborating	Mengevaluasi dan merefleksikan hasil penerapan dengan mengelaborasi implikasi konseptual dari solusi yang diperoleh.

Data penelitian diperoleh melalui hasil TPA dan wawancara semi terstruktur. Wawancara dilakukan setelah siswa menyelesaikan TPA untuk memperoleh informasi yang lebih mendalam mengenai penalaran analogi yang dilakukan selama mengonstruksi konsep. Seluruh proses wawancara direkam menggunakan perangkat audio sebagai dokumentasi penelitian.

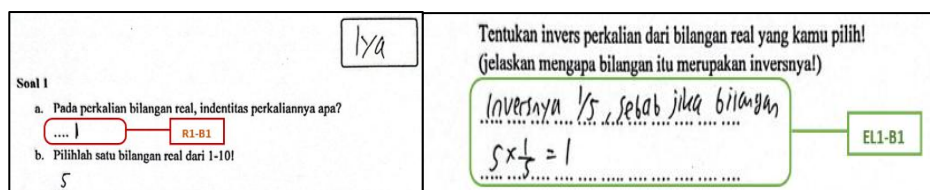
Analisis data dilakukan mengikuti model Miles et al. (2014) yang meliputi reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Reduksi data dilakukan melalui transkripsi hasil wawancara dan identifikasi aktivitas penalaran analogi berdasarkan indikator penelitian. Penyajian data dilakukan dalam bentuk uraian deskriptif yang mengintegrasikan hasil TPA dan wawancara pada setiap indikator penalaran analogi.

HASIL DAN DISKUSI

Data penelitian yang diperoleh melalui tes prasyarat, Tugas Penalaran Analogi (TPA), dan wawancara dianalisis berdasarkan indikator penalaran analogi pada Tabel 1. Hasil analisis menunjukkan bahwa siswa yang berhasil dan siswa yang gagal memiliki pola penalaran yang relatif sama pada tahapan awal. Perbedaan mulai tampak ketika siswa mengadaptasikan struktur analogi ke dalam prosedur matematis, yang selanjutnya menentukan keberhasilan konstruksi konsep invers matriks 2×2. Berikut analisis hasil pengerjaan TPA dan wawancara subjek yang berhasil dan gagal dalam mengonstruksi konsep invers matriks 2×2

Subjek Yang Berhasil Mengonstruksi Konsep Invers Matriks 2×2

Analisis data dilakukan pada hasil TPA dan wawancara yang diperoleh. Berikut ini merupakan hasil analisis pengerjaan soal sumber, soal target, dan hasil wawancara pada Subjek yang berhasil.



Gambar 1. Hasil pengerjaan soal 1 subjek yang berhasil

Berikut merupakan kutipan wawancara subjek yang berhasil pada pengerjaan soal sumber.

"Saya pernah tahu ini dari bimbel waktu saya mau olim pas SMP."

"Karena kalau 5 dikali $1/5$ hasilnya satu."

Berdasarkan hasil TPA dan wawancara, subjek yang berhasil tidak mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal sumber. Subjek mampu mengingat kembali konsep identitas dan invers pada operasi perkalian bilangan real yang telah dipelajari sebelumnya. Hal tersebut menunjukkan bahwa subjek melakukan aktivitas recalling dengan mengaktifkan pengetahuan awal yang relevan. Selain itu, subjek juga mampu memverifikasi kebenaran jawabannya dengan menunjukkan bahwa hasil perkalian suatu bilangan dengan inversnya menghasilkan identitas. Aktivitas tersebut menunjukkan bahwa subjek telah melakukan elaborating sebagai proses evaluasi terhadap hasil yang diperoleh. Temuan ini mengindikasikan bahwa subjek memiliki pengetahuan awal yang memadai sebagai dasar untuk mengonstruksi konsep invers matriks pada soal berikutnya.

Berikut ini analisis pengerjaan soal target dan wawancara pada Subjek yang berhasil.

Soal 2

a. Pada matriks 2×2 , matriks identitasnya apa?

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ R1-B1

b. Jika kamu diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, tentukan invers dari matriks A ! (Apakah kamu yakin bahwa invers matriks yang kamu temukan benar? Mengapa?)

$A \times A^{-1} = I$ EXP1-B1

$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ AD1-B1

$\begin{bmatrix} 2a+c & 2b+d \\ 3a+2c & 3b+2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ AD2-B1

$2a+c=1$
 $2b+d=0$
 $3a+2c=0$
 $3b+2d=1$

$\rightarrow c=1-2a$
 $3a+2(1-2a)=0$
 $3a+2-4a=0$
 $2-a=0$
 $a=2$
 $c=1-2(2)=-3$

$2b+d=0$
 $3b+2d=1$
 $4b+2d=0$
 $3b+2d=1$
 $(0)=-1$
 $2(-1)+d=0$
 $d=2$
 $b=-2$

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ AD3-B1

$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ E11-B1

Sesuai

Gambar 2. Hasil pengerjaan soal target subjek yang berhasil

Soal 2 merupakan soal target yang digunakan untuk menganalisis penalaran analogi Subjek yang berhasil dalam mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 . Berdasarkan konfirmasi pada lembar TPA dan hasil wawancara, Subjek menggunakan soal 1 sebagai sumber analogi dalam menyelesaikan soal tersebut. Selanjutnya, analisis penalaran analogi subjek yang berhasil dilakukan berdasarkan hasil pengerjaan soal 2 dan wawancara.

Berikut merupakan kutipan wawancara subjek yang berhasil pada pengerjaan soal target pada tahap *recalling*, *associating*, dan *distinguishing*.

"Saya pernah tahu ini dari bimbel waktu saya mau olim pas SMP."

"Kalau di bilangan real, $a \times a^{-1} = 1$, terus di matriks juga $A \times A^{-1} = I$."

"Kalau matriks nggak bisa langsung, harus dimisalkan dulu A^{-1} , terus dikalikan dan dicari nilai-nilainya."

Berdasarkan hasil TPA dan wawancara, Subjek mengawali penalaran analogi dengan mengaktifkan kembali pengetahuan awal mengenai konsep identitas dan invers pada bilangan real (*recalling*). Pengetahuan tersebut diperoleh dari pengalaman belajar sebelumnya dan digunakan sebagai dasar untuk memahami konsep invers matriks. Selanjutnya, Subjek mengenali bahwa soal sumber dan soal target memiliki kesamaan hubungan, yaitu suatu objek yang dikalikan dengan inversnya menghasilkan identitas (*associating*). Selain itu, Subjek juga mampu membedakan

karakteristik kedua konteks (*distinguishing*), yaitu invers pada bilangan real dapat ditentukan secara langsung, sedangkan invers matriks memerlukan langkah tambahan berupa permisalan matriks invers, perkalian matriks, dan pembentukan sistem persamaan.

Berikut merupakan kutipan wawancara subjek yang berhasil pada pengerjaan soal target pada tahap *exporting* dan *importing*.

"Saya pakai cara dari soal satu dulu, terus saya ubah jadi $A \times A^{-1} = I$."

"Yang saya pakai dari soal satu itu konsep invers, karena sama-sama mencari invers."

Setelah memahami hubungan kedua konteks, Subjek memindahkan struktur relasional dari soal sumber ke soal target (*exporting*). Hubungan $a \times a^{-1} = 1$ pada bilangan real digunakan sebagai dasar untuk membentuk hubungan $A \times A^{-1} = I$ pada matriks. Selanjutnya, Subjek secara selektif memilih unsur-unsur yang relevan dari soal sumber (*importing*), yaitu konsep invers, perkalian, dan identitas, kemudian mengombinasikannya dengan konsep perkalian matriks dan sistem persamaan linear yang diperlukan pada konteks matriks. Hal ini menunjukkan bahwa Subjek yang berhasil tidak sekadar menyalin prosedur pada soal sumber, tetapi mampu mempertahankan hubungan yang relevan untuk digunakan pada permasalahan baru.

Berikut merupakan kutipan wawancara subjek yang berhasil pada pengerjaan soal target pada tahap *adapting*, *extending*, dan *elaborating*.

"Saya misalkan dulu matriks inversnya."

"Terus saya kalikan sama matriks A , disamakan dengan matriks identitas, terus saya cari nilai a , b , c , dan d pakai eliminasi sama substitusi."

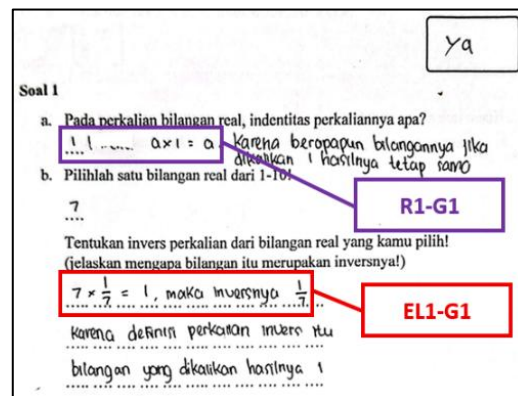
"Saya coba kalikan lagi, hasilnya matriks identitas, berarti jawaban saya sudah benar."

Pada tahap selanjutnya, Subjek berhasil menyesuaikan struktur analogi menjadi prosedur penyelesaian invers matriks (*adapting*). Subjek memisalkan bentuk umum matriks invers, melakukan perkalian matriks, menyamakan hasil perkalian dengan matriks identitas, kemudian membentuk dan menyelesaikan sistem persamaan linear menggunakan metode eliminasi dan substitusi hingga diperoleh nilai setiap elemen matriks invers. Setelah itu, Subjek menyusun kembali nilai-nilai tersebut ke dalam bentuk matriks sehingga diperoleh invers matriks secara lengkap (*extending*). Aktivitas ini menunjukkan bahwa struktur analogi berhasil diubah menjadi prosedur matematis yang operasional. Pada tahap akhir, Subjek memverifikasi hasil yang diperoleh (*elaborating*). Subjek mengalikan kembali matriks awal dengan matriks invers yang telah ditemukan dan memperoleh matriks identitas sehingga meyakini bahwa jawabannya benar.

Berdasarkan keseluruhan hasil analisis, Subjek melalui seluruh aktivitas penalaran analogi secara sistematis, mulai dari mengaktifkan pengetahuan awal, mengenali dan memetakan hubungan antarkonsep, menyesuaikan struktur analogi menjadi prosedur matematis, hingga memverifikasi hasil penyelesaian. Hal tersebut menunjukkan bahwa Subjek berhasil mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 melalui penalaran analogi.

Subjek Yang Gagal Mengonstruksi Konsep Invers Matriks 2×2

Analisis data dilakukan pada hasil TPA dan wawancara yang diperoleh. Berikut merupakan hasil analisis pengerjaan soal sumber, soal target, dan hasil wawancara pada Subjek yang gagal.



Gambar 3. Hasil pengerjaan soal sumber subjek yang gagal

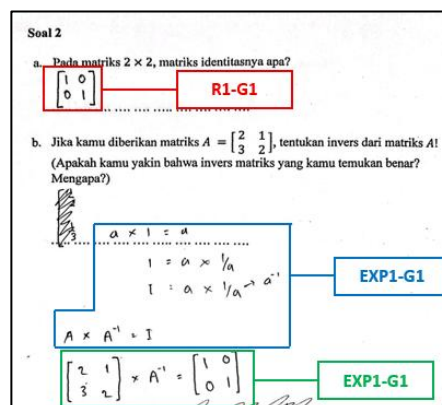
Berikut merupakan kutipan wawancara subjek yang gagal pada pengerjaan soal sumber.

"Saya dulu pernah tahu ini di les, terus kemarin juga ada di tes."

"Kalau 7 dikali 1 per 7 hasilnya 1, jadi sudah sesuai sama konsep inversnya."

Berdasarkan hasil TPA dan wawancara, subjek yang gagal mampu mengaktifkan kembali pengetahuan awal mengenai konsep identitas dan invers pada bilangan real (*recalling*). Pengetahuan tersebut diperoleh dari pengalaman belajar sebelumnya dan digunakan sebagai dasar dalam menyelesaikan soal sumber. Selain itu, subjek juga mampu menentukan invers dari bilangan yang dipilih serta memverifikasi kebenaran jawabannya dengan menunjukkan bahwa hasil perkalian suatu bilangan dengan inversnya menghasilkan identitas. Aktivitas tersebut menunjukkan bahwa subjek telah melakukan *elaborating* sebagai proses evaluasi terhadap jawaban yang diperoleh. Temuan ini mengindikasikan bahwa subjek yang gagal juga memiliki pengetahuan awal yang memadai sebagai dasar untuk mengonstruksi konsep invers matriks pada soal berikutnya.

Berikut ini merupakan analisis pengerjaan soal target dan wawancara pada Subjek yang gagal.



Gambar 4. Hasil pengerjaan soal target subjek yang gagal

Soal 2 merupakan soal target yang digunakan untuk menganalisis penalaran analogi subjek yang

gagal dalam mengonstruksi konsep invers matriks 2×2. Berdasarkan konfirmasi pada lembar TPA dan hasil wawancara, Subjek menggunakan soal 1 sebagai sumber analogi dalam menyelesaikan soal tersebut. Selanjutnya, analisis penalaran analogi subjek yang gagal dilakukan berdasarkan hasil pengerjaan soal 2 dan wawancara.

Berikut merupakan kutipan wawancara subjek yang berhasil pada pengerjaan soal target pada tahap *recalling*, *associating*, dan *distinguishing*.

"Terus saya ingat, matriks juga ada identitasnya, yang angkanya satu dan nol."

"Sama-sama tentang invers, sama operasi inversnya, dan yang $a \times a^{-1} = 1$ sama dengan struktur di matriks yang $A \times A^{-1} = I$."

"Kalau di soal 1 itu tentang bilangan real, tapi di soal 2 itu tentang matriks... identitasnya juga beda."

Berdasarkan hasil TPA dan wawancara, subjek yang gagal mengawali penalaran analogi dengan mengaktifkan kembali pengetahuan awal mengenai konsep identitas pada bilangan real (*recalling*). Subjek mengingat bahwa konsep identitas pada soal sumber berkaitan dengan matriks identitas sehingga digunakan sebagai dasar untuk memahami soal target. Selanjutnya, subjek mengenali adanya kesamaan antara soal sumber dan soal target, yaitu sama-sama membahas konsep invers dengan hubungan suatu objek yang dikalikan dengan inversnya menghasilkan identitas (*associating*). Selain itu, subjek juga mampu membedakan karakteristik kedua konteks (*distinguishing*), yaitu soal sumber berkaitan dengan bilangan real, sedangkan soal target berkaitan dengan matriks yang memiliki bentuk identitas berbeda.

Berikut merupakan kutipan wawancara subjek yang berhasil pada pengerjaan soal target pada tahap *exporting* dan *importing*.

"Saya nulis $A \times A^{-1} = I$ itu dari yang atas, cuma beda ruas saja."

"Yang saya pakai dari soal satu itu cara pengerjaannya yang awal-awal, soalnya itu yang cocok dipakai di matriks."

Berdasarkan hasil TPA dan wawancara, subjek yang gagal mampu memindahkan struktur relasional dari soal sumber ke soal target (*exporting*). Hubungan $a \times a^{-1} = 1$ digunakan sebagai dasar untuk membentuk hubungan $A \times A^{-1} = I$. Selanjutnya, subjek memilih unsur-unsur yang relevan dari soal sumber (*importing*), yaitu konsep invers dan identitas, sebagai landasan untuk memulai penyelesaian pada soal target. Temuan ini menunjukkan bahwa subjek telah mampu memetakan serta memilih struktur analogi yang sesuai untuk digunakan pada konteks invers matriks.

Berikut merupakan kutipan wawancara subjek yang berhasil pada pengerjaan soal target pada tahap *adapting*.

"Saya bingung gimana nulisnya A^{-1} ini, kan kita juga belum tahu nilainya."

"Saya coba pindah ruas matriks A, tapi jadinya malah matriks identitas per matriks A, jadi saya coret."

Hambatan mulai muncul ketika subjek yang gagal memasuki tahap *adapting*. Setelah mensubstitusikan matriks A dan matriks identitas ke dalam persamaan $A \times A^{-1} = I$, subjek mengalami kesulitan merepresentasikan bentuk umum matriks invers karena elemen-elemennya belum diketahui. Subjek sempat mencoba menggunakan prosedur yang sama seperti pada invers bilangan real dengan memindahkan matriks A ke ruas lain, tetapi menyadari bahwa cara tersebut menghasilkan bentuk yang tidak sesuai sehingga penyelesaian tidak dapat dilanjutkan. Temuan ini menunjukkan bahwa subjek belum mampu mengadaptasikan struktur analogi menjadi prosedur matematis yang sesuai dengan karakteristik konsep invers matriks.

Akibat tidak berhasil melalui tahap *adapting*, proses penalaran analogi Subjek berhenti sebelum mencapai tahap *extending* dan *elaborating*. Subjek tidak berhasil memperoleh bentuk akhir invers matriks maupun melakukan verifikasi terhadap hasil penyelesaiannya. Dengan demikian, hasil analisis menunjukkan bahwa kegagalan subjek tidak terletak pada proses mengenali dan memetakan kesamaan struktur antara masalah sumber dan masalah target, melainkan pada ketidakmampuan mengadaptasikan struktur tersebut ke dalam prosedur penyelesaian invers matriks. Hal ini menunjukkan bahwa kompleksitas prosedural pada masalah target menjadi faktor yang menghambat keberhasilan konstruksi konsep.

Diskusi

Hasil penelitian menunjukkan bahwa proses penalaran analogi diawali dengan aktivasi pengetahuan awal mengenai konsep invers pada bilangan real sebagai dasar untuk mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 . Seluruh subjek mampu mengingat kembali hubungan $a \times a^{-1} = 1$ dan memanfaatkannya untuk memahami konsep baru. Temuan ini sejalan dengan Ridhoi et al. (2021) yang menyatakan bahwa penalaran analogi diawali dengan penggunaan pengetahuan yang telah dimiliki untuk menyelesaikan permasalahan baru. Fauzi et al. (2020) juga melaporkan bahwa siswa dengan kemampuan penalaran analogi yang baik selalu memanfaatkan pengalaman belajar sebelumnya sebagai dasar dalam membangun penyelesaian.

Selanjutnya, baik subjek berhasil maupun subjek gagal mampu mengenali kesamaan struktur relasional antara konsep invers bilangan real dan invers matriks serta membedakan karakteristik kedua konteks. Seluruh subjek berhasil memetakan hubungan $a \times a^{-1} = 1$ menjadi $A \times A^{-1} = I$ dan memilih konsep yang relevan untuk digunakan pada soal target. Temuan ini menunjukkan bahwa proses pengenalan hubungan dan pemetaan struktur bukan merupakan penyebab kegagalan konstruksi konsep pada penelitian ini. Hasil tersebut berbeda dengan Agusantia & Juandi (2022) yang melalui *Systematic Literature Review* melaporkan bahwa pada berbagai penelitian di Indonesia siswa masih banyak mengalami kesulitan pada tahap *mapping*, yaitu dalam mengenali kesesuaian hubungan antara masalah sumber dan masalah target serta memetakan struktur relasional dari konsep yang telah diketahui ke konsep baru.

Perbedaan antara subjek berhasil dan subjek gagal mulai tampak pada tahap *adapting*. Pada

tahap ini, struktur relasional yang telah dipetakan harus diubah menjadi prosedur matematis melalui penyusunan permisalan matriks invers, operasi perkalian matriks, hingga pembentukan sistem persamaan linear. Kedua subjek berhasil mampu menyelesaikan seluruh proses tersebut secara sistematis, sedangkan kedua subjek gagal mengalami hambatan pada bagian yang berbeda dalam tahap yang sama. Temuan ini menunjukkan bahwa keberhasilan penalaran analogi tidak cukup ditentukan oleh kemampuan mengenali hubungan antarkonsep, tetapi juga oleh kemampuan mengadaptasikan hubungan tersebut menjadi prosedur penyelesaian yang sesuai. Hasil ini sejalan dengan Fauzi et al. (2020) yang menunjukkan bahwa hambatan penalaran analogi umumnya muncul pada tahap penerapan hubungan analogi dalam penyelesaian masalah.

Akibat kegagalan pada tahap *adapting*, subjek gagal tidak mampu melanjutkan proses penalaran analogi hingga memperoleh bentuk akhir invers matriks maupun melakukan verifikasi terhadap hasil penyelesaiannya. Sebaliknya, subjek berhasil mampu menyusun bentuk akhir invers matriks dan memverifikasi hasil melalui perkalian kembali dengan matriks semula. Temuan ini sejalan dengan Sarjoko et al. (2020) yang menyatakan bahwa keberhasilan menyelesaikan seluruh tahapan penalaran analogi memungkinkan siswa memperoleh solusi yang benar, sedangkan hambatan pada satu tahapan akan menghambat penyelesaian secara keseluruhan.

Secara keseluruhan, penelitian ini menunjukkan bahwa keberhasilan mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 melalui penalaran analogi tidak hanya ditentukan oleh kemampuan mengingat pengetahuan awal maupun mengenali kesamaan struktur relasional antara konsep sumber dan konsep target. Faktor yang paling menentukan adalah kemampuan mengadaptasikan struktur analogi menjadi prosedur matematis yang operasional. Temuan ini menunjukkan bahwa tahap *adapting* merupakan titik kritis yang membedakan keberhasilan dan kegagalan siswa dalam mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 melalui penalaran analogi.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, keberhasilan mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 melalui penalaran analogi tidak semata-mata ditentukan oleh kemampuan siswa dalam mengenali dan memahami kesamaan struktur antara masalah sumber dan masalah target. Baik siswa yang berhasil maupun siswa yang gagal sama-sama mampu mengaktifkan pengetahuan awal, mengenali kesamaan dan perbedaan kedua konteks, serta memetakan struktur relasional yang relevan. Perbedaan keberhasilan muncul pada tahap *adapting*, ketika struktur relasional tersebut harus diubah menjadi prosedur matematis yang sesuai dengan karakteristik masalah target. Dengan demikian, kemampuan memahami kesamaan struktur saja belum menjamin keberhasilan konstruksi konsep. Temuan ini menunjukkan bahwa kemampuan mengadaptasikan struktur analogi menjadi prosedur matematis operasional merupakan faktor yang menentukan keberhasilan siswa dalam mengonstruksi konsep invers matriks 2×2 melalui penalaran analogi.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan, bantuan, dan kontribusi selama proses pelaksanaan penelitian hingga penyusunan artikel ini. Ucapan terima kasih secara khusus disampaikan kepada Kepala SMAN 6 Surabaya yang telah memberikan izin pelaksanaan penelitian, guru Matematika yang telah membantu dan memfasilitasi proses pengambilan data, serta seluruh siswa yang telah berpartisipasi sebagai subjek penelitian. Penulis juga menyampaikan terima kasih kepada dosen pembimbing yang telah memberikan arahan, masukan, kritik, dan bimbingan selama proses penelitian dan penyusunan artikel ini. Semoga hasil penelitian ini dapat memberikan kontribusi bagi pengembangan pembelajaran matematika, khususnya dalam kajian penalaran analogi untuk mengonstruksi konsep, serta menjadi referensi bagi penelitian selanjutnya.

REFERENSI

- Agusantia, D., & Juandi, D. (2022). Kemampuan Penalaran Analogi Matematis di Indonesia: Systematic Literature Review. *Symmetry: Pasundan Journal of Research in Mathematics Learning and Education*, 7(2), 222–231. <https://doi.org/10.23969/symmetry.v7i2.6436>
- An Nurma, N. M., & Rahaju, E. B. (2021). Penalaran Analogi Siswa SMA Dalam Menyelesaikan Soal Persamaan Logaritma Ditinjau Dari Kemampuan Matematika. *MATHEdunesa*, 10(2), 339–349. <https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v10n3.p339-349>
- Aspers, P., & Corte, U. (2019). What is Qualitative in Qualitative Research. *Qualitative Sociology*, 42(2), 139–160. <https://doi.org/10.1007/s11133-019-9413-7>
- Dwitifani Hermanto, B., & Susilawati, S. (2023). Analisis Kesulitan Belajar Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matriks. *AB-JME: Al-Bahjah Journal of Mathematics Education*, 1(1), 22–32. <https://doi.org/10.61553/abjme.v1i1.15>
- Fadilah, N., Mukhtar, & Fauzi, K. M. A. (2025). Studi Literatur: Pembelajaran Konstruktif dengan Menggunakan Konten Vidio Interaktif Berbasis Budaya Tradisional. *Jurnal PEKA (Pendidikan Matematika)*, 8(2), 44–57. <https://doi.org/10.37150/jp.v8i2.3138>
- Fauzi, A., Rahmatih, A. N., Indraswati, D., & Husniati, H. (2020). Penalaran analogi mahasiswa PGSD dalam menyelesaikan masalah matematika berdasarkan gaya berpikir. *AKSIOMA : Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 11(2), 323–334. <https://doi.org/10.26877/aks.v11i2.6944>
- Gentner, D., & Smith, L. (2013). Analogical Reasoning. In D. Reisberg (Ed.), *The Oxford Handbook of Cognitive Psychology* (pp. 668–681). Oxford University Press. <https://academic.oup.com/edited-volume/34589>
- Hicks, M. D. (2024). “I’ll just try to mimic that”: an exploration of students’ analogical structure creation in abstract algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 117(2), 303–327. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10345-1>

- Kurniati, D., A'yun, Q., Jatmiko, D. D. H., Pambudi, D. S., Oktavianingtyas, E., Sutarto, S., & Osman, S. (2024). An Analysis of Students' Errors in Constructing the Concept of Integer Operations Based on Assimilation and Accommodation. *Tadris: Jurnal Keguruan Dan Ilmu Tarbiyah*, 10(2), 465–477. <https://doi.org/10.24042/tadris.v10i1.26152>
- Miftakhussukriah, M., Kurniati, A., Rahmi, D., & Yuniati, S. (2025). Studi Literatur: Analisis Kesulitan Belajar Materi Matrik. *JSN: Jurnal Sains Natural*, 3(1), 14–19. <https://doi.org/10.35746/jsn.v3i1.666>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative Data Analysis: A Methods Sourcebook* (3rd ed.). SAGE Publications.
- Ni'mah, R., Sunismi, S., & Fathani, A. H. (2018). KESALAHAN KONSTRUKSI KONSEP MATEMATIKA DAN SCAFFOLDING-NYA. *Edudikara: Jurnal Pendidikan Dan Pembelajaran*, 3(2), 162–171. <https://doi.org/10.32585/edudikara.v3i2.96>
- Panggabean, R. F. S. B., & Tamba, K. P. (2020). KESULITAN BELAJAR MATEMATIKA: ANALISIS PENGETAHUAN AWAL [DIFFICULTY IN LEARNING MATHEMATICS: PRIOR KNOWLEDGE ANALYSIS]. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 4(1), 17. <https://doi.org/10.19166/johme.v4i1.2091>
- Ridhoi, M., Made Sulandra, I., Sukoryanto, S., & Nusantara, T. (2021). Analisis Kemampuan Penalaran Analogis Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika Dan Sains*, 8(1), 21–25. <https://doi.org/10.21831/jpms.v8i1.19649>
- Sarjoko, S., Demitra, D., & Rinawati, R. (2020). Penguasaan Penalaran Analogi dalam Pemecahan Masalah Unsur-Unsur dan Luas Kubus. *EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika*, 8(1). <https://doi.org/10.20527/edumat.v8i1.7631>
- Selfi Arinie, & Nor Azmah. (2025). Komponen Modul Ajar Dan Manfaatnya Bagi Guru Dalam Meningkatkan Efektivitas Pembelajaran di Abad 21. *Jurnal IHSAN Jurnal Pendidikan Islam*, 3(1), 291–297. <https://doi.org/10.61104/ihsan.v3i1.498>
- Shodikin, A., Murniasih, T. R., Faizah, S., & Ekawati, D. W. (2023). Students' Analogical Reasoning in Solving Geometry Problems Viewed from Visualizer's and Verbalizer's Cognitive Style. *Jurnal Pedagogi Dan Pembelajaran*, 6(3), 330–338. <https://doi.org/10.23887/jp2.v6i3.60960>
- Sofiani, J., Nurjamil, D., & Nurhayati, E. (2023). Kemampuan penalaran analogi ditinjau dari self-concept. *Jurnal Inovasi Pembelajaran Matematika: PowerMathEdu*, 2(1), 17–30. <https://doi.org/10.31980/pme.v2i1.1396>