

Analisis Kesalahan pada Number Sense dan Structure Sense Ditinjau dari Berpikir Logis

Siti Rulia¹, Supratman,² Sri Tirto Madawistama³

^{1, 2, 3} Program Studi Pendidikan Matematika, Pascasarjana, Universitas Siliwangi
Jl. Siliwangi No 24, Tasikmalaya, Indonesia
sitirulia22@gmail.com

Abstract

This study aims to analyze errors in number sense and structure sense in terms of logical thinking. The method used is qualitative. Collecting data through logical thinking tests, number sense tests, structure sense tests and interviews. Subject selection based on exploration. Data analysis is in the form of data reduction, data presentation, and drawing conclusions. The results showed that students with logical thinking in the transition stage made mistakes on the number sense indicator of understanding the magnitude of numbers and were able to recognize the relative effects of number operations with the types of errors, namely principles' errors and operating errors. Students with logical thinking in the concrete stage make mistakes on the number sense indicator of understanding the magnitude of numbers are able to recognize the relative effects of number operations and are able to use number representations with types of errors, namely principles' errors and operating errors. Students with logical thinking in the transition stage make mistakes on the structure sense indicator, identify a familiar structure in the simplest way and the indicator handles complex algebraic expressions as a unit with the types of errors, namely fact errors and conceptual errors. Students with logical thinking in the concrete stage make mistakes on the structure sense indicator, identify a familiar structure in the simplest way and do not find a solution step in the indicator handling complex algebraic expressions as a unit.

Keywords: Error, Number Sense, Structure Sense, Logical Thinking

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan pada number sense dan structure sense ditinjau dari berpikir logis. Metode yang digunakan adalah kualitatif. Pengumpulan data melalui tes berpikir logis, tes number sense, tes structure sense dan wawancara. Pemilihan subyek berdasarkan eksplorasi. Analisis data berupa reduksi data, penyajian data, dan menarik kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan peserta didik dengan berpikir logis tahap transisi melakukan kesalahan pada indikator number sense pemahaman pada besaran bilangan dan mampu mengenali efek relatif operasi bilangan dengan jenis kesalahan yaitu kesalahan prinsip dan kesalahan operasi. Peserta didik dengan berpikir logis tahap konkret melakukan kesalahan indikator number sense pemahaman pada besaran bilangan, mampu mengenali efek relatif operasi bilangan dan mampu menggunakan representasi bilangan dengan jenis kesalahan yaitu kesalahan prinsip dan kesalahan operasi. Peserta didik dengan berpikir logis tahap transisi melakukan kesalahan pada indikator structure sense mengidentifikasi struktur yang sudah dikenal dengan cara yang paling sederhana dan indikator menangani ekspresi aljabar kompleks sebagai satu unit dengan jenis kesalahan yaitu kesalahan fakta dan kesalahan konsep. Peserta didik dengan berpikir logis tahap konkret melakukan kesalahan pada indikator structure sense mengidentifikasi struktur yang sudah dikenal dengan cara yang paling sederhana dan tidak menemukan langkah penyelesaian pada indikator menangani ekspresi aljabar kompleks sebagai satu unit.

Kata kunci: Kesalahan, Number Sense, Structure Sense, Berpikir Logis

Copyright (c) 2021 Siti Rulia, Supratman, Sri Tirto Madawistama

✉ Corresponding author: Siti Rulia

Email Address: sitirulia22@gmail.com (Jl. Siliwangi No 24, Tasikmalaya, Indonesia)

Received 15 July 2021, Accepted 21 July 2021, Published 23 July 2021

PENDAHULUAN

Menganalisa penyebab dan mengatasi kesalahan matematis sejak awal sangat penting dilakukan (Septiahani, Melisari & Zanthi, 2020). Analisis terkait kesalahan juga bertujuan untuk menghindari munculnya ketidaktepatan dan ketidakefektifan peserta didik dalam menyelesaikan soal (Rahmawati & Zanthi, 2019), mampu meningkatkan berbagai macam keterampilan berpikir matematis (Ratnaningsih & Edi, 2021), dan meningkatkan prestasi belajar peserta didik (Maharani & Subanji, 2018). Terdapat faktor-

faktor penunjang pada proses pembelajaran matematika diantaranya adalah *number sense* dan *structure sense*. Peran penting *number sense* pada pembelajaran matematika yaitu sebagai penunjang untuk peserta didik agar mampu terlibat dalam menyelesaikan soal pada tingkat yang lebih tinggi (Arhamni, 2020). Peran penting *structure sense* sebagai kelanjutan dari *number sense* adalah jika peserta didik memiliki kemampuan *structure sense* yang baik maka peserta didik menjadi lebih mudah memahami masalah yang berupa peralihan dari bilangan ke aljabar (Sugilar, Kariadinata & Sobarningsih, 2019).

Number sense merupakan pemahaman umum individu tentang bilangan dan operasi, yang memungkinkan individu untuk mendemonstrasikan beberapa strategi yang berguna, fleksibel, dan efisien saat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bilangan dan operasinya. *Number sense* mencakup keterampilan yang berhubungan dengan berhitung, mengenali pola bilangan, mampu membandingkan bilangan, dan mampu membuat estimasi hasil (Yilmaz, 2017). Hasil studi pendahuluan yang melibatkan 81 subjek penelitian dari empat sekolah menengah swasta di kabupaten Tasik dan Ciamis yang dilakukan pada bulan Januari dan Februari 2021 untuk menjawab soal sederhana seperti perhitungan pecahan $\frac{1}{5} + \frac{1}{7}$ sebanyak 70 subjek penelitian menjawab salah. Artinya, kesalahan peserta didik pada keterampilan berhitung yang menjadi salah satu indikator *number sense* berada pada kategori sangat tinggi. Hasil penelitian yang dilakukan Yang & Sianturi (2021) menunjukkan bahwa sebagian besar peserta didik berprestasi tidak memuaskan (menunjukkan *number sense* yang rendah) dengan tingkat kepercayaan diri yang relatif tinggi dan menunjukkan kesalahpahaman yang cukup besar.

Istilah *structure sense* diciptakan oleh Linchevski dan Livneh untuk mendeskripsikan kesulitan peserta didik dalam menggunakan pengetahuan struktur aritmatika dalam konteks pembelajaran awal aljabar kemudian disempurnakan dan dikembangkan oleh Hoch dan Dreyfus yang merujuk pada kumpulan kemampuan terhadap ekspresi simbolik, termasuk keterampilan menafsirkan, memanipulasi dan mempersepsikan simbol (Jupri, 2017). *Structure sense* mencakup kesadaran akan struktur dalam numerik dan juga dalam ekspresi aljabar (Vincent, Pierce & Bardini, 2017). Utami (2020) berpendapat penelitian internasional terkait dengan kemampuan *structure sense* aljabar peserta didik sudah lama ditekuni sedangkan di Indonesia masih terbatas (p.4). Hasil studi pendahuluan yang dilakukan pada Februari 2021 di salah satu madrasah aliyah swasta yang melibatkan 15 subjek penelitian mendapatkan hasil yaitu pada pengerjaan soal *structure sense* diperoleh data bahwa peserta didik tidak bisa menemukan jawaban yang benar dari soal persamaan:

$$1 - \frac{1}{n+2} - \left(1 - \frac{1}{n+2}\right) = \frac{1}{110}$$

Kondisi yang sama terjadi pada soal:

$$\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) - \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = \frac{1}{132} \text{ dan } 1 - \frac{1}{n+3} - 1 + \frac{1}{n+3} = \frac{1}{72}$$

Jika diperhatikan lebih seksama, ketiga soal tersebut tidak memiliki penyelesaian, karena hasil akhir yang diperoleh secara berturut-turut $0 \neq \frac{1}{110}$, $0 \neq \frac{1}{132}$ dan $0 \neq \frac{1}{72}$. Kasus ini menunjukkan bahwa masih terdapat

kelemahan peserta didik dalam melihat adanya karakteristik atau pola tertentu dalam suatu persamaan atau ekspresi aljabar.

Kemampuan untuk klasifikasi, menghubungkan, menarik kesimpulan dan berhitung merupakan karakteristik dari berpikir logis menurut Jody & Johnsoh (dalam Fitriyah, Nonik & Miftahul, 2019). Berpikir logis memiliki peran mendasar dalam kinerja akademik peserta didik dan konstruksi konsep mereka (Septiati, 2018). Yaman mengungkapkan kemampuan berpikir logis adalah kemampuan yang ditentukan dalam periode proses abstrak pada fase perkembangan kognitif Piaget (Ash-Shiddieqy, Suparmi & Sunarno 2018). Berpikir logis dapat diukur dengan *Test of Logical Thinking* (TOLT) yang membagi ke dalam tiga kriteria yaitu berpikir logis pada tahap konkret, transisi dan formal (Tobin & Cappie, 1981).

Penelitian yang berhubungan dengan analisis kesalahan telah dilakukan seperti Jana (2018), Jumiaty & Zanthi (2020) dan Nurfalah & Bernard (2020). Penelitian yang berhubungan dengan *number sense* telah dilakukan oleh Mawaddah Mawaddah, Noorbaiti & Ulfah, A (2021), Hakim (2019) dan Wulandari *et al.*, (2020). Penelitian bertema *structure sense* dilakukan oleh Sari, Junarti & Ningrum (2020). Begitupun dengan penelitian tentang berpikir logis telah dilakukan oleh Fitriyah *et al.* (2019). Memperhatikan berbagai penelitian yang sudah diuraikan, peneliti sebelumnya umumnya melakukan riset pada salah satu variabel baik itu kesalahan, *number sense* ataupun *structure sense*. Dengan demikian kebaruan atau *novelty* pada penelitian ini yaitu peneliti menganalisis kesalahan pada *number sense* dan *structure sense* ditinjau dari berpikir logis yang sebelumnya tidak pernah diteliti.

METODE

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian kualitatif. Denzin & Lincoln (dalam Moleong, 2017) mengemukakan bahwa penelitian kualitatif adalah penelitian yang menggunakan latar alamiah dengan tujuan menerjemahkan fenomena yang terjadi. Penelitian ini dilaksanakan di kelas VII MTs. Fadris. Waktu penelitian dilaksanakan pada bulan Juni 2021. Pemilihan subyek pada penelitian ini menggunakan *purposive* dengan cara eksplorasi. Penelitian ini memiliki empat subyek penelitian dengan tahap berpikir logis konkret dan transisi masing-masing dua subjek penelitian. Pertimbangan peserta didik yang dijadikan subyek penelitian merupakan peserta didik yang mengerjakan tes sampai mendapat jawaban akhir yang salah, dapat memberikan informasi yang lengkap dan jelas, dan mewakili tahap berpikir logis. Pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan dengan tes berpikir logis, tes *number sense*, mengerjakan tes *structure sense*, kemudian untuk mendapatkan data yang lengkap dan jelas dilakukan wawancara. Teknik analisis data berdasarkan Miles & Huberman (dalam Sugiyono, 2017) mengemukakan bahwa aktivitas dalam analisis data kualitatif dilakukan secara interaktif dan berlangsung secara terus menerus sampai tuntas, sehingga datanya sudah jenuh. Aktivitas dalam analisis data, yaitu *data reduction*, *data display*, dan *conclusion drawing/verification*.

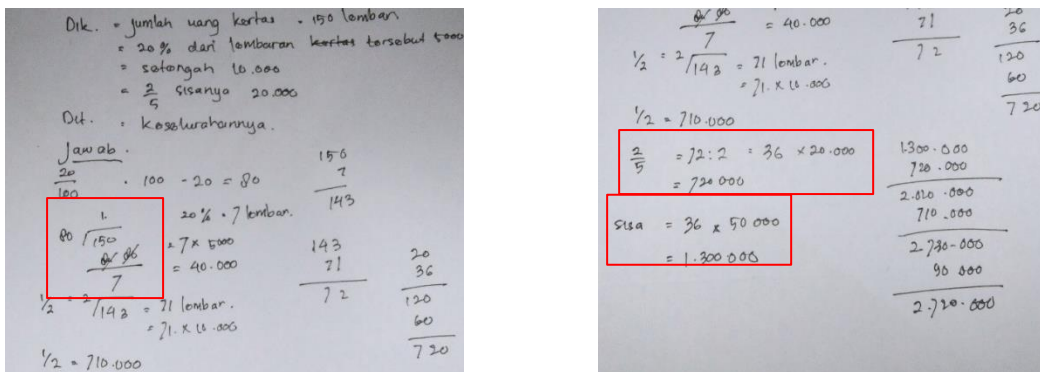
HASIL DAN DISKUSI

Penelitian ini menganalisis kesalahan pada *number sense* dan *structure sense* ditinjau dari berpikir

logis. Kemampuan berpikir logis adalah kemampuan yang ditentukan dalam periode proses abstrak pada fase perkembangan kognitif Piaget yang dikriteriakan pada tahap konkret, transisi dan formal. Namun hasil penelitian hasil tes berpikir logis terhadap 40 subjek penelitian kelas VII perkembangan kognitif peserta didik yang didapat hanya dua kriteria yaitu pada tahap konkret sebanyak 33 orang dan transisi sebanyak 7 orang. Hasil penelitian tes berpikir logis pada penelitian ini yang tidak menemukan subjek dengan tahap formal bertentangan dengan teori Piaget yang menyatakan bahwa tahap formal di mulai dari usia umur 11 tahun (Hikmawati, 2018; Maulina & Meilantifa, 2017; Mu'min, 2013; Picauly, 2016; Puspitaningrum & Ningrum, 2020). Namun hasil penelitian terdahulu juga mengungkapkan bahwa perkembangan kognitif akan berbeda pada setiap orang karena setiap mempunyai ciri khas dan keunikan sendiri-sendiri (Farida, 2018). Juwantara et al., (2019) mengungkapkan semua manusia melalui setiap tingkat, tetapi dengan kecepatan yang berbeda, jadi mungkin saja seorang anak yang berumur 6 tahun berada pada tingkat operasional konkrit, sedangkan ada seorang anak yang berumur 8 tahun masih pada tingkat pra-operasional dalam cara berpikir. Diperkuat oleh Russefendi yang mengungkapkan bahwa masih terdapat peserta didik yang telah lulus dijenjang sekolah menengah dan juga mahasiswa tidak pernah mencapai tahap penalaran formal (Aini & Hidayati, 2017). Subjek penelitian untuk analisis kesalahan pada *number sense* yaitu S1 dengan berpikir logis tahap transisi dan S9 dengan berpikir logis tahap konkret, sedangkan untuj subjek penelitian analisis kesalahan pada *structure sense* yaitu S39 dengan berpikir logis tahap transisi dan S13 dengan berpikir logis tahap konkret.

Analisis Kesalahan pada Number Sense Ditinjau dari Berpikir Logis Tahap Transisi

Penyelesaian dari tes *number sense* oleh S1 dilakukan sampai mendapatkan hasil akhir namun salah. Penyelesaian yang dilakukan oleh S1 pada tes meliputi 3 indikator *number sense* berupa mampu memahami arti dasar bilangan dan operasi, mampu mengenali besaran bilangan, dan mampu mengenali efek relatif operasi pada bilangan. Indikator berupa mampu menilai kewajaran hasil komputasi didapat dengan wawancara. Untuk keseluruhan penyelesaian dari S1 tersaji pada Gambar 1.



Gambar 1. Hasil Penyelesaian Tes *Number Sense* S1

S1 membutuhkan waktu yang cukup lama untuk menuliskan jawaban dari soal yang diberikan. S1 memahami masalah berupa apa yang diketahui yaitu terdapat uang 150 lembar, terdiri dari 20% pecahan

Rp 5.000, setengah bagiannya uang Rp 10.000, $\frac{2}{5}$ dari sisanya merupakan uang Rp 20.000. Hal tersebut menunjukkan bahwa S1 memahami arti dasar bilangan pada nominal uang yang berbeda. Kemudian S1 memahami arti dasar operasi berupa 150 lembar uang terbagi pada empat pecahan nominal. Sehingga dapat disimpulkan bahwa S1 memiliki kemampuan untuk memahami arti dasar bilangan dan operasi. Kesalahan terjadi pada saat S1 melaksanakan penyelesaian masalah yang melibatkan indikator kedua dari *number sense* yang berkaitan dengan besaran bilangan. S1 terkecoh dengan bentuk $\frac{2}{5}$. Kemudian saat S1 mengaplikasikan pemahaman besaran bilangan pada efek relatif operasi bilangan, S1 melakukan kesalahan operasi karena serta didik menentukan jawaban tidak melalui prosedur langkah-langkah suatu operasi. Langkah pertama penyelesaian soal yang melibatkan indikator ke-3 *number sense* yaitu mampu mengenali efek relatif operasi pada bilangan yang dilakukan S1 yaitu mencari uang pecahan Rp 5.000. Proses perhitungan benar yaitu $100\% - 20\% = 80\%$. S1 kemudian melakukan kesalahan prinsip dengan menganggap 150 lembar sebagai bentuk 150% dan mengurangi dengan 80% sebagai acuan untuk mendapatkan banyaknya lembaran uang pecahan Rp 5.000. Walau saat melakukan perhitungan $\frac{80}{100} : \frac{150}{100} = \frac{80}{100} \times \frac{100}{150} = \frac{80}{150}$ dilakukan dengan benar oleh S1, namun dikarenakan adanya kesalahan prinsip maka jawaban tersebut tidak mengantarkan S1 menuju jawaban yang benar untuk mendapatkan banyaknya lembaran uang 5000-an. Karena $\frac{80}{150}$ menghasilkan bentuk desimal, S1 berinisiatif menukar posisi diantara penyebut dan pembilang menjadi $\frac{150}{80}$ dan mendapatkan hasil yang salah yaitu 1 sisa 7 (hasil yang benar adalah 1 sisa 70) artinya S1 telah melakukan kesalahan operasi. Karena proses perhitungan hasil dari menukar posisi penyebut dan pembilang maka S1 menjadikan hasil perhitungan berupa sisa 7 tersebut sebagai banyaknya lembaran pecahan Rp 5.000. Namun saat S1 menghitung jumlah keseluruhan uang 5000-an, S1 melakukan kesalahan operasi berupa $Rp. 5.000 \times 7 \text{ lembar} = Rp. 40.000$. Langkah kedua S1 mencari banyaknya lembaran uang pecahan 10.000-an. S1 terlebih dahulu mengurangi total keseluruhan 150 lembar dengan banyaknya uang pecahan 5.000an yaitu $150 - 7 = 143$. Di mulai dari pemahaman kata 'setengahnya' di soal, S1 membagi 143 dengan 2 untuk mencari banyaknya lembaran uang 10.000 an. S1 mendapatkan hasil 71,5 yang kemudian dibulatkan menjadi 71. Selanjutnya S1 menjadikan 71 sebagai banyaknya lembaran uang pecahan Rp 10.000 dan mengkalikanya: $Rp. 10.000 \times 71 \text{ lembar} = Rp. 710.000$. Langkah ketiga S1 mencari banyaknya lembaran pecahan uang 20.000an dengan menghitung lembar seluruhnya dikurangi banyak uang 5000an dan 10.000an yaitu $150 - 7 - 71 = 72$. Anggapan S1 pada kalimat $\frac{2}{5}$ dari sisanya adalah uang pecahan Rp 20.000 membuat S1 membagi 72 dengan 2 sehingga banyaknya lembaran Rp 20.000 adalah 36 lembar tanpa memperhatikan $\frac{2}{5}$. Proses ini menunjukkan bahwa S1 melakukan kesalahan fakta.

Hasil jawaban S1 tentang seluruh jumlah uang 20.000-an adalah $Rp. 20.000 \times 36 = Rp. 720.000$. Melanjutkan penyelesaian soal, langkah keempat S1 yaitu menghitung uang pecahan 50.000an dengan mengkalikan dengan 36 yang didapat dari seluruh lembaran uang dikurangi dengan banyaknya lembaran

uang 5000-an, 10.000-an, dan 20.000an yaitu $15 - 7 - 71 - 36 = 36$. Saat mencari jumlah uang Rp.50.000 S1 melakukan kesalahan operasi, yaitu berupa kesalahan akibat ketidakteelitian $Rp. 50.000 \times 36 = Rp. 1.300.000$. Langkah terakhir untuk penyelesaian soal S1 menjumlah semua uang pecahan dan mendapatkan hasil Rp 2.770.000. Adapun untuk indikator *number sense* berupa mampu menilai kewajaran hasil yang diperoleh saat menyelesaikan masalah, mengungkapkan bahwa proses penyelesaian yang dilakukan olehnya benar, sehingga hasil yang dia dapatkan dari penyelesaian adalah wajar.

P : Yakin benar ya jawabannya ?

S1 : mmm... yakin

P : Kenapa bisa yakin ?

S1 : Hasil yang aku dapat nggak terlalu kecil dan nggak terlalu besar

P : Rentang kecil dan besar yang kamu maksud seperti apa ? Bisa dijelaskan?

S1 : Ini kan ada 150 lembar. 150 lembar dikali 50.000 aja hasilnya 7 juta setengah. Nah kalau

150 lembar dikali 5.000 hasilnya 750.000

P : Ada cara lain untuk mengecek kembali kebenaran jawaban kamu ?

S1 : Tidak ada

Subjek penelitian dengan tahap transisi sudah melewati tahapan operasional konkret berupa sudah dapat berpikir tentang sebab-akibat, konservatif, klarifikasi, penarikan kesimpulan (Wiresti, 2020) namun belum mencapai tahapan formal. Karena telah melewati tahap konkret maka konsep tentang bilangan pada subjek penelitian telah berkembang (Juwantara et al., 2019). Kesalahan dilakukan oleh subjek penelitian pada indikator *number sense* pemahaman pada besaran bilangan dan mampu mengenali efek relatif operasi bilangan. Jenis kesalahan yang dilakukan yaitu kesalahan prinsip dan kesalahan operasi berupa kesalahan karena kurang teliti dalam proses perhitungan. Sulistyaningsih & Rakhmawati (2017) penyebab kesalahan perhitungan (komputasi) yaitu peserta didik kurang teliti dalam melakukan perhitungan dan peserta didik kurang memahami operasi bilangan bulat. Sedangkan kesalahan pada berpikir logis terjadi ketika peserta didik membuat asumsi yang menurutnya benar meskipun sebenarnya salah secara substansi konsep dan tidak logis. Akibatnya, proses konstruksi penyelesaian masalah yang melibatkan asumsi tersebut menjadi salah (Hidayanto et al., 2018).

Analisis Kesalahan pada Number Sense Ditinjau dari Berpikir Logis Tahap Konkret

Penyelesaian tes *number sense* oleh S9 dilakukan sampai mendapatkan hasil akhir. S9 dalam pengerjaan tes *number sense* meliputi 4 indikator berupa mampu memahami arti dasar bilangan dan operasi, mampu mengenali besaran bilangan, mampu menggunakan representasi bilangan dan operasi, dan mampu mengenali efek relatif operasi pada bilangan. Indikator berupa mampu menilai kewajaran hasil komputasi didapat dengan wawancara. Saat mengerjakan tes *number sense* S9 terlihat percaya diri untuk menyelesaikan soal yang diberikan oleh peneliti. Selama proses menyelesaikan soal S9 membutuhkan waktu lebih cepat daripada S1 untuk mengerjakan soal. Gambar 2 merupakan dokumentasi jawaban S9.

Dik: 150 lembar 5000, 10000, 20000
 $20\% = 3000 \rightarrow$ misalkan a
 $\frac{1}{2} = 10000 \rightarrow$ misalkan b
 $\frac{1}{5} = 20000 \rightarrow$ misalkan c
 Dit: berapa uang Rini seluruhnya?
 Jawab: $a = \frac{150}{100} \times 20\% = 30 = 5000 \times 30 = 150000$
 $b = \frac{120}{80} \times 40\% = 60 = 10000 \times 60 = 600000$
 $c = \frac{60}{40} \times 16\% = 24 = 20000 \times 24 = 480000$
 Jumlahnya $a + b + c = 150 + 600 + 480 = 1230$
 Uang Rini seluruhnya berjumlah 1.230.000

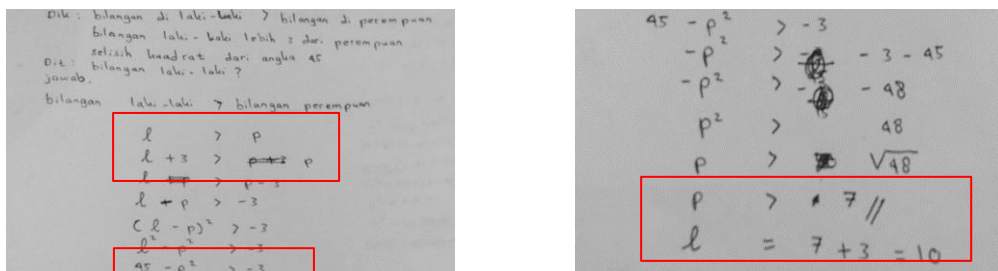
Gambar 2. Hasil Penyelesaian Tes *Number Sense* S9

S9 memahami masalah berupa apa yang diketahui yaitu terdapat uang 150 lembar, terdiri dari 20% pecahan Rp 5.000 setengah bagiannya uang Rp 10.000, $\frac{2}{5}$ dari sisanya uang Rp 20.000 dan sisanya ada Rp 50.000. Untuk memudahkan pekerjaannya S9 memisalkan jumlah uang pecahan Rp.5000 sebagai a , memisalkan jumlah uang pecahan Rp.10.000 sebagai b kemudian memisalkan jumlah uang pecahan Rp.20.000 sebagai c dan melupakan jumlah uang pecahan Rp.50.000 yang artinya pada kasus ini S9 melakukan kesalahan fakta. Proses pemisalan ini menunjukkan S9 melibatkan representasi bilangan dan operasi yang menjadi indikator ketiga pada *number sense*. Dan S9 juga mampu memahami indikator pertama dari *number sense* yaitu memahami arti dasar bilangan dan operasi. S9 memahami arti dasar bilangan pada nominal uang yang berbeda. Kemudian S9 memahami arti dasar operasi berupa 150 lembar uang terbagi pada empat pecahan nominal. Langkah pertama pengerjaan S9 melakukan kesalahan prinsip karena menganggap 150 lembar itu sebanding dengan 150%. Hal ini salah karena jika 150 lembar adalah keseluruhan maka itu sebanding dengan 100%. S9 kemudian menghitung $150\% \times 20\% = 30$ yang dalam perhitungan ini pun S9 melakukan kesalahan operasi sekaligus kesalahan prinsip. Dari pengerjaan yang salah tersebut, S9 mendapatkan hasil bahwa banyak lembaran Rp 5.000 adalah 30 lembar. Keseluruhan pecahan uang Rp 5.000 di dapatkan oleh S9 dengan $Rp. 5.000 \times 30 \text{ lembar} = Rp. 150.000$. Langkah kedua untuk mencari banyak uang pecahan 10.000-an S9 melakukan kesalahan prinsip. Pengerjaan S9 adalah mengurangkan seluruh lembaran uang dengan banyak lembaran uang Rp 5.000 dan mendapatkan hasil 120. Selain itu S9 juga melakukan pengurangan dari keseluruhan uang yang S9 anggap sebagai 100% dikurangi dengan banyak uang pecahan Rp 5.000 yaitu 20% dengan hasil 80%. Dari apa yang diketahui di soal bahwa uang pecahan 10.000-an adalah setengah bagiannya maka S9 mengkali 80% dengan $\frac{1}{2}$ dan menghasilkan 40%. Selanjutnya S9 menggunakan semua perhitungan tersebut untuk mendapatkan banyak lembaran uang 10.000an yaitu $\frac{120}{80} \times 40\% = 60$. Uang keseluruhan pecahan Rp 10.000 dihitung oleh S9 dengan $60 \times Rp. 10.000 = Rp. 600.000$. Langkah ketiga untuk mencari banyak uang pecahan Rp 20.000 S9 melakukan kesalahan prinsip sama seperti langkah kedua. Pengerjaan S9 adalah mengurangkan seluruh lembaran uang dengan banyak lembaran uang Rp 5.000 dan banyak lembaran Rp 10.000 dan mendapatkan hasil 60. Selain itu S9 juga melakukan pengurangan dari keseluruhan uang yang S9 anggap sebagai 100%

dikurangi dengan banyak uang pecahan Rp 5.000 yaitu 20% dan 40% lembaran uang Rp 10.000 dengan hasil 40%. Dari apa yang diketahui di soal bahwa uang pecahan Rp 20.000 adalah dua perlima sisanya maka S9 mengkali 40% dengan $\frac{2}{5}$ dan menghasilkan 16%. Selanjutnya S9 menggunakan semua perhitungan tersebut untuk mendapatkan banyak lembaran uang Rp.20.000 yaitu $\frac{60}{40} \times 16\% = 24$. Uang keseluruhan pecahan Rp 20.000 dihitung oleh S9 dengan $24 \times Rp.20.000 = Rp.480.000$. Langkah terakhir S9 langsung menghitung keseluruhan uang yang dimiliki Rini dan mendapatkan hasil Rp.1.230.000. Adapun untuk indikator *number sense* berupa mampu menilai kewajaran hasil yang diperoleh saat menyelesaikan masalah, S9 mengungkapkan bahwa proses penyelesaian yang dilakukan olehnya salah, sehingga hasil yang dia dapatkan dari penyelesaian adalah tidak wajar. Artinya, S9 mampu menilai kewajaran hasil. Juwantara et al., (2019) peserta didik pada tahap operasi konkret sudah cukup matang untuk menggunakan pemikiran logika atau operasi, tetapi hanya untuk objek fisik yang ada saat ini namun tanpa objek fisik di hadapan mereka, peserta didik pada tahap operasional kongkrit masih mengalami kesulitan besar dalam menyelesaikan tugas-tugas logika. Menurut Syafmen & Marbun (dalam Septiati, 2018) dalam pemahaman konsep yang tidak didukung oleh kemampuan berpikir logis akan mengakibatkan peserta didik mempunyai intuisi yang baik tentang suatu konsep tapi tidak mampu menyelesaikan suatu masalah. Anditiasari & Dewi (2021) pada tahap operasional konkret bisa disimpulkan bahwa tidak semua anak pada usia 11 tahun menguasai operasi matematika dasar dengan baik. Kemudian Nurjanah & Hakim (2019) mengungkapkan bahwa peserta didik masih banyak ditemukan masalah dalam kemampuan *number sense* yang dilihat dari gambaran jawaban peserta didik.

Analisis Kesalahan pada Structure Sense Ditinjau dari Berpikir Logis Kriteria Transisi

Penyelesaian tes *structure sense* S39 dilakukan sampai mendapatkan hasil akhir dan meliputi 3 indikator *structure sense*. Saat S39 mengerjakan tes *structure sense* S39 terlihat beberapa kali menghentikan penyelesaiannya. S39 menuliskan hal pertama yang diketahui adalah bentuk pertidaksamaan bilangan laki-laki > bilangan perempuan dimana bilangan laki-laki lebih dari 3 dari bilangan perempuan. Kemudian S39 menuliskan juga selisih bilangan kuadrat dari keduanya adalah 45. Langkah S9 untuk menemukan jawaban diawali dengan menggunakan bilangan laki-laki > bilangan perempuan karena itulah S39 melakukan kesalahan fakta pada penyelesaian soal. Hasil proses penyelesaian soal tes *structure sense* S39 dengan berpikir logis kriteria transisi tersaji pada Gambar 3 berikut.



Gambar 3. Penyelesaian Tes Structure Sense S39

Pada indikator *structure sense* berupa mengidentifikasi struktur yang sudah dikenal dengan cara yang paling sederhana selain dengan mengidentifikasi bilangan laki-laki > perempuan, S39 juga

memisalkan bilangan laki-laki menjadi l dan bilangan perempuan menjadi p . Kesalahan pada indikator ini terjadi saat S39 tidak memisalkan selisih kuadrat angka keduanya kedalam simbol yang akibatnya adalah muncul kesalahan fakta. Langkah selanjutnya dari bentuk pertidaksamaan, S39 mulai menyederhanakan bentuk setelah mendapatkan bentuk $l + 3 > p$. S39 mengurangi ruas kanan dan ruas kiri dengan p sehingga menghasilkan pertidaksamaan $l - p > -3$. Indikator *structure sense* berupa mengidentifikasi struktur familiar yang lebih kompleks dengan operasi substitusi yang tepat untuk dilakukan saat menggunakan struktur untuk memecahkan masalah yang diberikan dilakukan oleh S39 saat mensubstitusikan selisih kuadrat angka keduanya pada bentuk pertidaksamaan sehingga menghasilkan $(l - p)^2 > -3$. Saat menangani ekspresi aljabar kompleks sebagai satu unit sebagai salah satu indikator *structure sense* S39 melakukan kesalahan konsep berupa $(l - p)^2 = l^2 - p^2$. Kesalahan fakta berupa mensubstitusikan 45 pada l^2 sehingga mendapatkan bentuk pertidaksamaan $45 - p^2 > -3$.

P : $l^2 - p^2$ itu darimana?

S29 : Ini kan $l - p$ ada ditanda kurung. Terus dikuadratin. Jadinya l^2 sama p^2

P : Oh, iya. Terus kalau l^2 sama dengan 45 ini darimana?

S39 : Dari soal ustadzah. Kan selisih angka keduanya 45. Terus yang dipegang perempuan lebih besar 3.

Untuk menyederhanakan bentuk pertidaksamaan S39 mengurangi ruas kanan dan ruas kiri dengan 45 menjadi $-p^2 > -3 - 45$. Setelah menghitung $-3 - 45 = -48$, S39 menuliskan persamaan $-p^2 > -48$ menjadi $p^2 > 48$. Pencarian nilai p oleh S39 lanjutkan dengan mencari akar dari 48 yang dibulatkan menjadi 7. Dan hasil ini dijadikan sebagai jawaban bilangan yang dipegang oleh perempuan. Langkah terakhir untuk mencari bilangan yang dipegang oleh laki-laki S39 menjumlahkan 7 dengan 3 sehingga di dapatkan hasil akhir bahwa bilangan yang dipegang oleh laki-laki adalah 10.

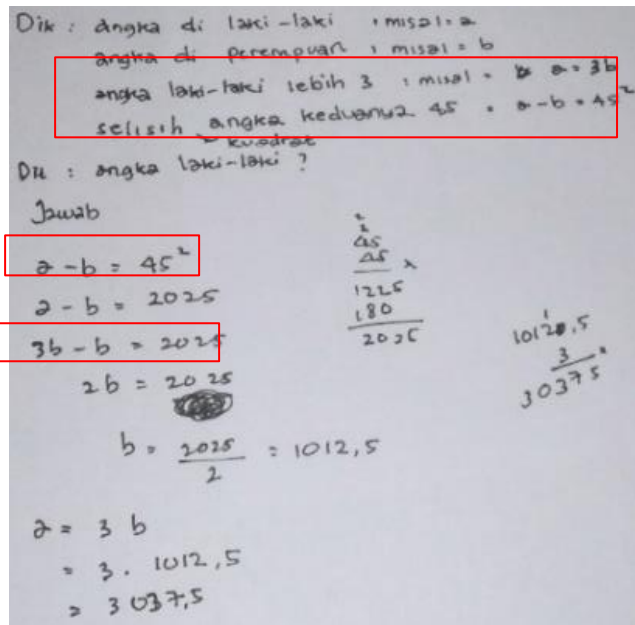
P : Menurut kamu jawaban yang kamu dapatkan sudah betul?

S39 : Betul ustadzah. Di soal kan disebutkan bedanya 3. Jawaban aku kan 10 sama 7. Bedanya 3.

Sugilar et al. (2019) kemampuan *structure sense* peserta didik masih rendah dikarenakan kepekaan simbol dan manipulasi aljabar masih rendah dengan faktor penyebab peserta didik kesulitan mengubah soal cerita ke bentuk simbol, kurang memahami makna simbol atau peubah itu apa, dan kebingungan mengoperasikan simbol itu. Tahap transisi adalah tahapan dimana tahap konkret sudah dilalui namun belum sampai pada tahap formal. Anak pada tahap konkret mulai memiliki kemampuan untuk mengetahui simbol-simbol matematis, namun belum dapat menghadapi hal-hal yang abstrak (Syarifin, 2017).

Analisis Kesalahan pada Structure Sense Ditinjau dari Berpikir Logis Kriteria Konkret

Penyelesaian tes *structure sense* S13 dilakukan sampai mendapatkan hasil akhir dan meliputi dua indikator *structure sense*. Hasil proses penyelesaian soal tes *structure sense* S13 dengan berpikir logis kriteria konkret tersaji pada Gambar 4 berikut.



Gambar 4. Hasil Penyelesaian Tes Structure Sense S13

Penyelesaian soal yang dilakukan oleh S13 langkah-langkahnya lebih sederhana dikarenakan kesalahan fakta saat merepresentasikan apa yang diketahui dari soal ke bentuk simbol. Hal pertama yang dituliskan oleh S13 untuk menyelesaikan soal adalah menulis apa diketahui di soal berupa ada dua bilangan berbeda dan memisalkan bilangan laki-laki menjadi a dan bilangan perempuan menjadi b . Hal ini menunjukkan S13 mengidentifikasi struktur yang sudah dikenal dengan cara yang paling sederhana yang menjadi salah satu indikator *structure sense*. Kesalahan fakta terjadi saat S13 memisalkan bilangan laki-laki lebih 3 dari bilangan perempuan dengan $a = 3b$ yang seharusnya $a = 3 + b$ atau $a = b + 3$.

P : $a = 3b$ itu darimana?

S13 : Ini kan yang diketahui di soalnya, angka yang ada di laki-laki lebih 3 dari angka yang ada di perempuan.

P : Oh iya. Kalau $a - b = 45^2$ darimana?

S13 : Dari selisih kuadrat angka keduanya 45.

P : Jadi yang dikuadratkan 45 nya ya?

S13 : Iya.

P : Bukan a dan b yang dikuadratkannya?

S13 : Bukan, ustadzah.

Selain kesalahan fakta pada bagian tersebut, kesalahan fakta juga terjadi saat S13 memisalkan selisih kuadrat angka keduanya pada simbol dengan menuliskan $a - b = 45^2$ sehingga dari kesalahan fakta ini S13 tidak menemukan langkah yang merujuk pada indikator *structure sense* menangani ekspresi aljabar kompleks sebagai satu unit. S13 memulai pengerjaan dari $a - b = 45^2$ yang merupakan hasil kesalahan berupa kesalahan fakta dan menghitung $45^2 = 45 \times 45 = 2025$. Setelahnya S13 melakukan indikator *structure sense* mengidentifikasi struktur familiar yang lebih kompleks dengan operasi substitusi

yang tepat untuk dilakukan saat menggunakan struktur untuk memecahkan masalah yang diberikan dengan melakukan substitusi $a = 3b$ pada persamaan. S39 menyederhanakan bentuk $3b - b = 2025 \rightarrow 2b = 2025$. Untuk mendapatkan nilai b maka S13 membagi ruas kanan dan ruas kiri dengan 2 sehingga menghasilkan 1012,5. Untuk menjawab pertanyaan menebak angka yang ada dilaki-laki S39 kemudian mensubstitusikan b pada persamaan $a = 3b \rightarrow a = 3 \times 1012,5$ dan menghasilkan $a = 3037,5$.

P : Menurutmu jawaban yang didapat sudah benar?

S39 : Salah ustadzah.

P : Kok bisa salah? Salahnya dimana coba?

S39 : Ini hasilnya koma-komaan, tidak bulat.

Kesimpulan dari penyelesaian tes *structure sense* dan wawancara dari S13 yang berpikir logis dengan kriteria konkret adalah S13 melakukan kesalahan fakta pada bagian indikator *structure sense* mengidentifikasi struktur yang sudah dikenal dengan cara yang paling sederhana dan tidak menemukan langkah yang merujuk pada indikator *structure sense* menangani ekspresi aljabar kompleks sebagai satu unit. . Marina dan Clements melaporkan bahwa sekitar 70% dari kesalahan yang dilakukan peserta didik karena kurangnya pemahaman makna kata atau kosakata matematika dan ketidakmampuan untuk melakukan operasi matematika secara sistematis (White, 2005). Pada komponen berpikir logis yaitu mampu berargumen dan menarik kesimpulan subjek penelitian gagal melakukannya karena argumen yang diungkapkan tidak sesuai dengan fakta di soal dan alasan diberikan tidak logis. Hidayanto et al., (2018) mengungkapkan kesalahan pada berpikir logis terjadi ketika peserta didik membuat asumsi yang menurutnya benar meskipun sebenarnya salah secara substansi konsep dan tidak logis. Akibatnya, proses konstruksi penyelesaian masalah yang melibatkan asumsi tersebut menjadi salah.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan analisis data maka dapat diperoleh simpulan peserta didik dengan berpikir logis tahap transisi melakukan kesalahan pada indikator *number sense* pemahaman pada besaran bilangan dan mampu mengenali efek relatif operasi bilangan. Jenis kesalahan yang dilakukan yaitu kesalahan prinsip dan kesalahan operasi berupa kesalahan karena kurang teliti dalam proses perhitungan. Peserta didik dengan berpikir logis tahap konkret melakukan kesalahan indikator *number sense* pemahaman pada besaran bilangan, mampu mengenali efek relatif operasi bilangan dan mampu menggunakan representasi bilangan. Jenis kesalahan yang dilakukan yaitu kesalahan prinsip dan kesalahan operasi pada penggunaan bentuk persen. Peserta didik dengan berpikir logis tahap transisi melakukan kesalahan pada indikator *structure sense* mengidentifikasi struktur yang sudah dikenal dengan cara yang paling sederhana dan indikator menangani ekspresi aljabar kompleks sebagai satu unit. Jenis kesalahan yang dilakukan adalah kesalahan fakta dan kesalahan konsep. Peserta didik dengan kriteria berpikir logis tahap konkret melakukan kesalahan pada indikator *structure sense* mengidentifikasi struktur yang sudah dikenal dengan cara yang paling sederhana dan tidak menemukan langkah yang merujuk pada indikator *structure sense* menangani ekspresi aljabar kompleks sebagai satu unit.

Bagi guru diharapkan memperhatikan tahap berpikir logis peserta didik agar pembelajaran dapat berjalan maksimal. Bagi peneliti selanjutnya diharapkan dapat mengkaji kesalahan dengan variabel bersifat jenuh. Selain itu, diharapkan hasil penelitian ini dapat dijadikan bahan pengalaman bagi peneliti selanjutnya supaya dapat melakukan penelitian lebih baik lagi dan dapat mengembangkan dan meningkatkan kualitas pembelajaran berlangsung.

UCAPAN TERIMA KASIH

1. Dr. Nani Ratnaningsih, M.Pd. selaku Ketua Prodi Magister Pendidikan Matematika.
2. Dr. H. Supratman, M. Pd sebagai pembimbing I yang telah membimbing penulis dalam penyelesaian penyusunan tesis.
3. Dr. Sri Tirto Madawistama, M. Pd sebagai pembimbing II yang telah membimbing penulis dalam penyelesaian penyusunan tesis.
4. Seluruh Dosen dan Staf Program Studi Magister Pendidikan Matematika Universitas Siliwangi Tasikmalaya.
5. Fahrulraji, S.Pd selaku Kepala Sekolah MTs. Fadris yang telah mengizinkan penulis melakukan penelitian di lembaga yang dipimpin.
6. Megarani Puspita, M.Pd selaku guru matematika di MTs. Fadris yang telah menjadi narasumber untuk studi pendahuluan.
7. Osep Yulian Nugraha, S.Pd selaku suami yang selalu memberikan ridha, dukungan dan waktu kepada penulis untuk bertukar pikiran.

REFERENSI

- Anditiasari, N., & Dewi, N. R. (2021). Analisis Teori Perkembangan Kognitif Piaget Pada Anak Usia 11 Tahun Di Brebes Piaget ' s Theory of Cognitive Development Analysis in 11 Year Olds in Brebes. *Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 6(1), 97–108.
- Ash-Shiddieqy, M. H., Suparmi, A., & Sunarno, W. (2018). The effectiveness of module based on guided inquiry method to improve students' logical thinking ability. *Journal of Physics: Conference Series*, 1006(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1006/1/012001>
- Fitriyah, D. M., Indrawatiningsih, N., & Khoiri, M. (2019). Analisis Kemampuan Berpikir Logis Matematis Siswa SMP Kelas VII dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Gaya Belajar. *Jurnal Edukasi Matematika Dan Sains*, 7(1), 1. <https://doi.org/10.25273/jems.v7i1.5286>
- Hidayanto, T., Subanji, & Erry, H. (2018). Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika. *Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika*, 2(1), 10. <http://journal2.um.ac.id/index.php/jkpm>
- Jana, P., Studi, P., Matematika, P., & Yogyakarta, K. (2018). *Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Pada Pokok Bahasan Vektor*. 2(2), 1–7.
- Jumiati, Y., & Zanthi, L. S. (2020). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Persamaan

- dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel. *JPMI (Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif)*, 3(1), 11–18. <https://doi.org/10.22460/jpmi.v3i1.p11-18>
- Juwantara, R. A., Pendidikan, P., Madrasah, G., Universitas, P., Negeri, I., & Kalijaga, S. (2019). *ANALISIS TEORI PERKEMBANGAN KOGNITIF PIAGET PADA TAHAP ANAK USIA OPERASIONAL KONKRET 7-12 TAHUN DALAM*. 9(1), 27–34.
- Maharani, I. P., & Subanji, S. (2018). Scaffolding Based on Cognitive Conflict in Correcting the Students' Algebra Errors. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2), 67–74. <https://doi.org/10.12973/iejme/2697>
- Mawaddah, S., Noorbaiti, R., & Ulfah, A. (2021). Analysis of number sense capabilities of prospective mathematics teachers. *Journal of Physics: Conference Series*, 1760, 012042. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1760/1/012042>
- Moleong, L.J. (2017). *Metodologi Penelitian Kualitatif Edisi Revisi*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya
- Nurfalah, A., & Bernard, M. (2020). Analisis Kesalahan Siswa SMK dalam Menyelesaikan Soal Materi Geometri Dimensi Tiga. *Maju*, 7(1), 70–75. <https://doi.org/10.22460/jpmi.v4i1.193-204>
- Nurjanah, U., & Hakim, D. L. (2019). Number sense siswa pada materi bilangan. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 1174–1182.
- Ratnaningsih N & E Hidayat. (2021). *Error analysis and its causal factors in solving mathematical literacy problems in terms of habits of mind* *Error analysis and its causal factors in solving mathematical literacy problems in terms of habits of mind*. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1764/1/012104>
- Sari, H. E., Junarti, D., Pd, M., & Ningrum, I. K. (2020). *Kemampuan Prosedural Dalam Mengenal Structure Sense Pada Hukum Distributif Siswa Kelas VII MTs Matholi ' Ul Fallah Simo Tahun Pelajaran 2019 / 2020*. 1–12.
- Septiahani, A., Melisari, & Zanthi, L. S. (2020). Analisis Kesalahan Siswa SMK dalam Menyelesaikan Soal Materi Barisan dan Deret. *Mosharafa Jurnal Pendidikan Matematika*, 9(2), 311–322. <http://journal.institutpendidikan.ac.id/index.php/mosharafa%0AI>.
- Septiati, E. (2018). Kemampuan Berpikir Logis Mahasiswa Pendidikan Matematika Pada Mata Kuliah Analisis Real. *Wahana Didaktika : Jurnal Ilmu Kependidikan*, 16(2), 207. <https://doi.org/10.31851/wahanadidaktika.v16i2.2048>
- Sugilar, H., Kariadinata, R., & Sobarningsih, N. (2019). Spektrum Symbol Dan Structure Sense Matematika Siswa Madrasah Tsanawiyah. *KALAMATIKA Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 37–48. <https://doi.org/10.22236/kalamatika.vol4no1.2019pp37-48>
- Sulistyaningsih, A., & Rakhmawati, E. (2017). Analisis Kesalahan Siswa Menurut Kastolan Dalam Pemecahan Masalah Matematika. *Seminar Matematika Dan Pendidikan Matematika Uny*, 19(2), 123–130.
- Syarifin, A. (2017). Percepatan Perkembangan Kognitif Anak: Analisis Terhadap Kemungkinan Dan Persoalannya. *Al-Bahtsu: Jurnal Penelitian Pendidikan ...*, 2(1). <https://ejournal.iainbengkulu.ac.id/index.php/albahtsu/article/view/343>

- Tobin, K. G. (1981). *Reasoning Ability. 1*, 413–423.
- Vincent, J., Pierce, R., & Bardini, C. (2017). Structure Sense: A Precursor to Competency in Undergraduate Mathematics. *Australian Senior Mathematics Journal*, 31(1), 38–47.
- Wiresti, R. D. (2020). *Aulad: Journal on Early Childhood Aspek Perkembangan Anak: Urgensitas Ditinjau dalam Paradigma Psikologi Perkembangan Anak*. 3(1), 36–43. <https://doi.org/10.31004/aulad.v3i1.53>
- Wulandari, N. P., Safitri, A. S., Apsari, R. A., Junaidi, J., & Lu'luilmaknun, U. (2020). Pengembangan Lembar Kegiatan Siswa Untuk Meningkatkan Kemampuan Number Sense Siswa. *SAP (Susunan Artikel Pendidikan)*, 4(3). <https://doi.org/10.30998/sap.v4i3.6284>
- Yang, D. C., & Sianturi, I. A. J. (2021). Sixth Grade Students' Performance, Misconception, and Confidence on a Three-Tier Number Sense Test. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(2), 355–375. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10051-3>
- Yilmaz, Z. (2017). Young children's number sense development: Age related complexity across cases of three children. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 9(4), 891–902.